Astratto e concreto nella conoscenza

Preludio alla matematica

La matematica moderna e contemporanea può essere assimilata, in ciò che ha di essenziale, anche dai non-matematici? Non parliamo, naturalmente, delle «tecniche matematiche». L'assimilazione di ogni tecnica implica un impegno sistematico, un tirocinio, un mestiere: ciò vale tanto per le tecniche di laboratorio quanto per le tecniche di calcolo e di deduzione astratta. Parliamo, invece, dei fondamenti di pensiero, da un lato, dei risultati «macroscopici» e «qualitativi» dall'altro: delle principali strade di pensiero e dei loro approdi principali. Sotto questo aspetto (l'unico, lo ripetiamo, che interessi la divulgazione, la cultura generale), la matematica si è trovata fino ad oggi in una posizione assai differente da quella della fisica, della chimica, della biologia. Ogni persona colta, sia essa pure un lavoratore che non ha compiuto studi sistematici ma che si dedica a letture intelligenti per comprendere meglio il mondo nel quale vive, ha una certa idea di atomi e di elettroni, di cellule e di *virus*, della relazione tra materia ed energia o del recentissimo «codice genetico». E' invece rarissimo trovare un non-matematico che sappia che cosa è un «gruppo astratto» o uno «spazio topologico» (personalmente, posso contare sulle dita di una mano i non-matematici di mia conoscenza che abbiano una idea abbastanza precisa di siffatti enti matematici).

Benedetto Croce e Giovanni Gentile (in questo concordi!) avrebbero detto che il problema è mal posto, e perciò non si pone. Per i due grandi filosofi idealisti italiani, infatti, la matematica (anzi: ogni scienza esatta o naturale) non è mai pensiero vero e proprio, non interessa perciò mai la cultura generale, la filosofia, la visione del mondo. Già allora (cinquanta, quaranta anni fa), Federigo Enriques polemizzava con Croce e Gentile documentando la «rilevanza filosofica» della matematica, Gaetano Scorza sottolineava «l'estrema importanza di questa scienza per tutto lo scibile umano». Quelle voci di grandi scienziati, che erano uomini di pensiero, e non puri «tecnici», ebbero allora non grande risonanza, ma acquistano oggi nuovo vigore. Appare sempre più chiaro, nel concreto sviluppo del dibattito filosofico (ad esempio), la posizione centrale che ha il rapporto astratto-concreto: si vede bene che «è un'illusione supporre che si poggi con più fermo piede sul terreno solido della realtà protestando vivacissimamente di non voler spogliare i fatti di questo o quel carattere concreto allo scopo di intenderli, rifiutandosi di volere ricorrere per questo scopo all'astrazione» (Gaetano Scorza, Opere, III, Cremonese, Roma 1962). Quando, però, si voglia analizzare il rapporto tra astratto e concreto, ci si accorge che non è possibile fare a meno del contributo (necessario se pure non sufficiente) dei progressi che la matematica ha fatto compiere nell'ultimo secolo ai procedimenti di astrazione. Il problema perciò è ben posto; di più, una sua soluzione è urgente. La immissione di certe conquiste dell'astrazione matematica moderna nel circolo della cultura generale, nel «pensiero comune», è perciò un compito che viene affrontato con impegno da educatori, da tecnici, da dirigenti dell'economia, da filosofi (oltre che da matematici) che abbiano sensibilità al loro tempo e intuito dell'avvenire.

L'impresa è meno difficile di quanto non possa apparire a prima vista (a «prima vista», un non-matematico non comprende *nulla* di uno scritto di matematica moderna e astratta). Il fatto è che «la matematica superiore è più semplice della matematica elementare». La affermazione è fatta da W. W. Sawyer quasi all'inizio del suo libretto dal titolo: *Preludio alla matematica* (Biblioteca moderna Mondadori, Milano 1962, pp. 296, L. 700). Potrà sembrare paradossale e stravagante a chi non sia addentro alle questioni; è invece una convinzione sempre più diffusa tra i matematici della matematica moderna nel circolo della cultura generale, nel «pensiero comune», è perciò un compito che viene affrontato con impegno da educatori, da tecnici, da dirigenti dell'economia, da filosofi (oltre che da matematici) che abbiano sensibilità al loro tempo e intuito dell'avvenire.

L'impresa è meno difficile di quanto non possa apparire a prima vista (a «prima vista», un non-matematico non comprende *nulla* di uno scritto di matematica moderna e astratta). Il fatto è che «la matematica superiore è più semplice della matematica elementare». La affermazione è fatta da W. W. Sawyer quasi all'inizio del suo libretto dal titolo: *Preludio alla matematica* (Biblioteca moderna Mondadori, Milano 1962, pp. 296, L. 700). Potrà sembrare paradossale e stravagante a chi non sia addentro alle questioni; è invece una convinzione sempre più diffusa tra i matematici della *nouvelle vague*. Vorremmo giustificare in breve l'apparente paradosso, riassumendo alcuni giusti argomenti esposti dal Sawyer, e aggiungendo qualche nostra considerazione. In primo luogo (e di ciò il Sawyer si occupa solo di sfuggita) l'ampliamento mediante astrazioni del *campo della intuizione* non è una complicazione: è una semplificazione. I numeri «naturali» (1, 2, 3, ecc.), per quanto — anche essi! — astrazioni, hanno indubbiamente un immediato riferimento con la intuizione (in un certo senso: «si vedono»); così anche le frazioni positive. Tuttavia, la risoluzione della più semplice equazione *rimane* una cosa complicata: richiede la distinzione in casi e sottocasi, non porta a risultati generali e uniformi, se non si aggiungono ai numeri naturali e alle frazioni positive dapprima gli interi e le frazioni negative, poi gli «irrazionali», positivi e negativi, infine i numeri «immaginari» e «complessi». L'ambiente «*naturale*» per una trattazione, teorica e pratica, approfondita e armonica delle equazioni algebriche elementari sono gli astratti numeri complessi, che apparvero quantità ineffabili, «immaginarie», «silvestri» agli algebristi italiani del Cinquecento *costretti* ad introdurli per *semplificare*, e portare a fondo, la soluzione delle equazioni. *Analogamente*, la geometria elementare, ordinaria e intuitiva, viene singolarmente semplificata dall'introduzione di quei punti non visibili che sono i «punti all'infinito» (cioè le direzioni) delle rette.

In secondo luogo (e di ciò il Sawyer parla a lungo, e bene) il procedimento di astrazione matematica quanto più è spinto avanti tanto più conserva solo l'essenziale, salva ciò che conta, ed esso soltanto, eliminando le «informazioni non necessarie». Ciò che conta, nella deduzione matematica, sono le proprietà formali: ciò che conta, è l'«uguaglianza di struttura» di due enti, non la natura concreta degli elementi che li compongono, delle operazioni e relazioni che li interconnettono. Ogni teoria astratta è più utile e più semplice delle molte (infinite) teorie concrete che unifica formalmente. Più utile appunto perchè un solo discorso su di una unica «struttura formale» è *sufficiente a dimostrare* fatti matematici intuitivamente diversi, per la diversa natura concreta degli enti ai quali sono riferibili. Più semplice perchè, appunto, si trascura — come è lecito — tutto quello che è inessenziale, si libera il nocciolo dal guscio che appare a prima vista come il concreto, ma che in realtà non è che la superficie che copre, e nasconde, un concreto più profondo. E questo concreto più profondo è precisamente il modo di organizzazione, il tipo di struttura: l'astratto. L'astrazione matematica non è certo «determinata»: l'astratto matematico è, di norma, l'astratto di più concreti, e ciò non di meno l'astratto matematico è senza dubbio una via per raggiungere una più profonda conoscenza concreta, fattuale, operativa.

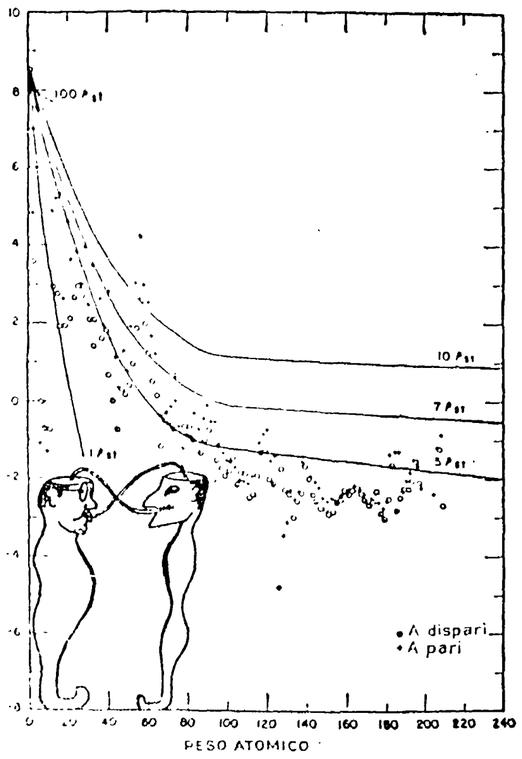
Le nuove idee, dunque, sono più semplici delle vecchie *proprio* perchè più astratte. In verità, «la principale difficoltà... non è imparare nuove idee, ma dimenticare le vecchie» (Sawyer); di qui l'opportunità, anche didattica, di *cominciare presto a introdurre* nelle menti, ancora non «deformate», le nuove impostazioni del pensiero matematico. Sawyer ha fatto un'esperienza di singolare interesse: ha insegnato per molti anni nell'Università della Costa d'Oro, nell'Africa Nera, a studenti senza un «retroterra» culturale di tipo occidentale, senza tradizioni di pensiero matematico alle spalle. L'esperienza, egli ci dice, è stata positiva, e noi gli crediamo, anche sulla base delle analoghe esperienze d'immissione di cultura modernissima in paesi scientificamente vergini, che si sono verificate e si verificano dalla Mongolia al Vietnam al Sudan alla Colombia.

Se le prime 100 pagine del libro del Sawyer, di considerazioni generali sulla matematica moderna e sul pensiero matematico, ci hanno soddisfatto (quasi senza riserve), abbiamo trovato invece non adeguata allo scopo la seconda parte. In essa, l'A. entra nel merito di alcuni capitoli della nuova matematica, dalle «Geometrie diverse da quelle di Euclide», all'«Algebra senza aritmetica», alle «Aritmetiche e geometrie finite», ai «Gruppi». Orbene: il modo seguito dall'A. nel porre e risolvere determinati problemi ci ha molto piacevolmente stimolato, come matematici di professione e insegnanti di mestiere; senza dubbio, potremo *utilizzare* nelle nostre lezioni parecchie «trovate» del Sawyer. Ma siamo invece estremamente scettici sulla possibilità che il lettore non-*matematico* possa trarre da quei pur brillanti capitoletti una qualche stabile e coerente conoscenza delle novità di pensiero della matematica di oggi. Siamo sostenitori fermissimi della accessibilità dei fondamenti del pensiero matematico più astratto, della possibilità di una ragionevole divulgazione delle idee più ardue: crediamo però necessaria una certa sistematicità, che impegni il lettore in uno *sforzo continuo* di assimilazione graduale delle nuove «strade di pensiero». Dire molte cose, e dirle senza un rigoroso ordine logico, non serve allo scopo della divulgazione: diverte, distrae, stimola chi *possiede già* i concetti fondamentali della nuova matematica, chi è già assuefatto ai suoi metodi. Per questo motivo, il volumetto del Sawyer si raccomanda soprattutto agli insegnanti di matematica, di ogni ordine e grado di scuola, che troveranno in esso una grande quantità di spunti didatticamente felici per introdurre presto concetti nuovi, per sconsacrare il prima possibile gli assoluti della *aritmetica* elementare e della geometria intuitiva.

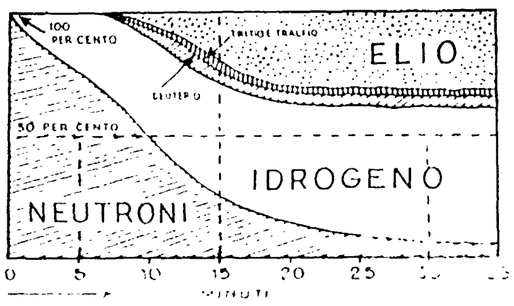
L. Lombardo-Radice

scienza e tecnica

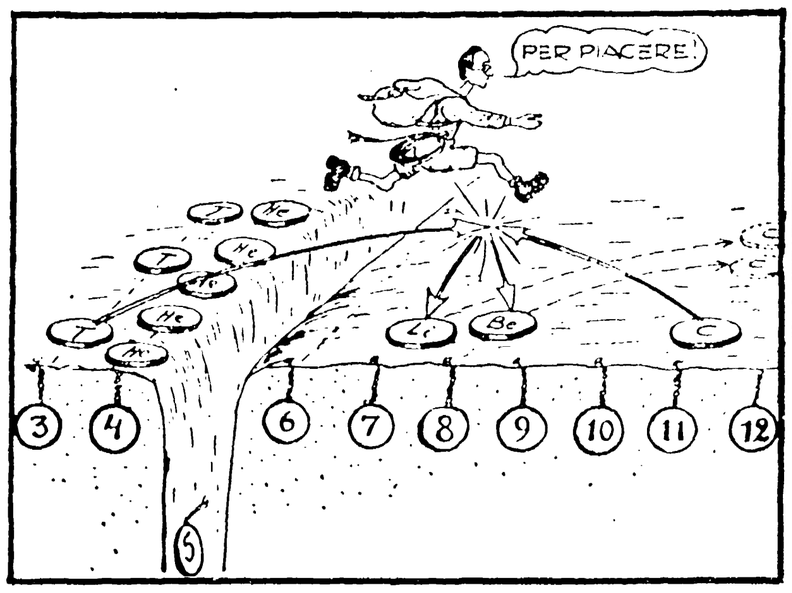
I diversi atomi si sarebbero formati — in un'ora sola — dalla espansione di un gas nucleare ad alta temperatura



La distribuzione quantitativa degli atomi nell'universo rappresentato in grafico da Alpher e Herman



La formazione degli elementi a partire dall'Ylem, secondo Fermi e Turkevich



L'idea di Wigner (rappresentato nella figurina umana) per saltare il «crepaccio della massa 5»

Una suggestiva indagine cosmogonica

Ylem principio dell'Universo

Secondo il dizionario Webster *(ci segnala il fisico teorico americano, di origine russa, George Gamow, nel libro* La creazione dell'Universo *recentemente ripubblicato da Mondadori) la parola* Ylem *significa: «la prima sostanza da cui si suppone abbiano avuto origine gli elementi».*

E' un nome antico, legato a visioni magiche e simboliche della realtà fisica, e da lungo tempo in disuso; ma lo stesso Gamow e altri scienziati illustri, fra i quali Enrico Fermi negli ultimi suoi anni, ripresero nel 1948, con il nome suggestivo, l'ipotesi che esso implica: che l'espansione dell'universo, attualmente in corso come sembra provato dall'osservazione, abbia avuto inizio — tre o quattro miliardi di anni or sono — da una fase di estrema concentrazione della materia, che sarebbe stata costituita allora da un «gas nucleare» formato esclusivamente di neutroni, protoni ed elettroni, a una temperatura di alcuni miliardi di gradi.

Tale ipotesi costituisce in sostanza una variante di quella enunciata venti anni prima dall'abate Lemaitre, astronomo e matematico belga, il quale però aveva raffigurato l'universo prima dell'espansione come un «superatomo», o piuttosto un enorme nucleo atomico, che si sarebbe poi spezzato in frammenti sempre più minuti. E' evidente in ogni caso che l'ipotesi di Gamow come quella di Lemaitre, è affetta dall'idea di «creazione», sebbene in forma attenuata come l'autore precisa in una nota: «Per "creazione" — egli dice — non si intende "creazione di qualche cosa dal nulla" bensì "creazione di cosa conformata da materia informe", cioè quel che si intende, per esempio, con la frase "l'ultima creazione della moda parigina"». Ciò toglie forse all'immagine di un inizio temporale del cosmo il tradizionale contenuto religioso, ma non il senso concettuale, che rimane idealistico nella misura in cui mantiene il distacco metafisico tra soggetto e oggetto della conoscenza.

Naturalmente nella fase attuale degli studi di cosmogonia non ci si può attendere che tutti gli autori significanti siano esenti da suggestioni del genere, ne tali suggestioni — che segnano evidentemente un limite pregiudiziale del discorso di Gamow — annullano il pregio e l'eleganza della ipotesi suscitata e strettamente tessuta da lui esposta, mercè il modo come i vari atomi si sarebbero formati a partire dall'Ylem originario.

Il processo immaginato inizialmente da Gamow e Ralph Alpher (ma un calco alla comunicazione inviata il 1 aprile 1948 alla Physical Review *in aggiunta tra i due — per ottenere scherzosamente le prime tre lettere dell'alfabeto greco — il nome di Hans Bethe, che solo in seguito si interessò alla teoria) è assai semplice: esso presuppone l'espansione dell'Ylem, quindi il suo raffreddamento, nel corso del quale i neutroni si associerebbero e alcuni di essi, liberando un elettrone, si trasformerebbero in protoni. Per successive associazioni di questo tipo si avrebbero dunque le diverse specie di nuclei atomici. L'intero processo non avrebbe richiesto più di un'ora, anzi non potrebbe essere durato più a lungo perchè in seguito la temperatura sarebbe stata troppo bassa per consentire la formazione di nuovi nuclei.*

L'aspetto più interessante della teoria è quello quantitativo, cioè i calcoli che sono stati condotti, particolarmente da Alpher, Herman, Fermi, Turkevich, Wigner, per dare ragione della proporzione con cui sono distribuiti nell'universo i vari tipi di nuclei (il 55 per cento della materia esistente nell'universo è idrogeno, il 44 per cento elio, e solo l'uno per cento comprende tutti gli altri elementi). I calcoli di Fermi e Turkevich davano risultati molto soddisfacenti per i primi trenta minuti, ma trovarono un ostacolo serio a causa dell'inesistenza in natura di un nucleo di massa 5, intermedio tra l'elio-4 e il litio-6. I due ricercatori presero in considerazione una reazione in cui un nucleo di elio e uno di tritio potrebbero aver dato luogo alla formazione di un nucleo di litio-7, ma calcolarono che essa sarebbe stata troppo lenta per spiegare gli sviluppi ulteriori del processo. In seguito Wigner si riferì alla stessa reazione assumendola come base di una teoria che potrebbe forse consentire, dopo ulteriore approfondimento, di superare «il crepaccio della massa 5».

Può darsi invece che il crepaccio non sarà mai superato, e che l'ipotesi dell'Ylem debba essere definitivamente abbandonata. Questa eventualità comunque non toglie nulla al fascino della esposizione di Gamow, straordinariamente brillante e ricca di notizie, che porta anche il lettore comune nel vivo di qualche cosa che è scienza e in pari tempo gioco dell'intelletto, anticipazione di una teoretica forse non del tutto matura, che impegna un nesso essenziale dell'essere e del conoscere, l'uomo accetto della natura e del suo tempo, l'uomo soggetto, momento coscente di una realtà esistente e in sviluppo ragionevole di avere prima di lui.

f. p.

L'uomo e lo spazio

L'ultimo numero de «I problemi di Ulisse» dedicato alla conquista spaziale reca interessanti contributi a questa tematica

L'ultimo numero de «I problemi di Ulisse», la rivista monografica diretta da Maria Luisa Astaldi, è interamente dedicato alla più affascinante avventura che l'uomo abbia mai affrontato: la conquista dello spazio.

Sotto il titolo *L'uomo nello spazio* sono raccolti articoli e saggi di alcuni specialisti e altri autori italiani e stranieri che affrontano i vari temi, che alla tecnica, alla psicologia, alla biologia ed alle altre branche della scienza vengono necessariamente proposti dall'impetuoso sviluppo dell'astronautica.

Dalla lettura del fascicolo si ha la conferma che gli ostacoli da superare sono ancora molti prima che l'uomo possa dire di aver realmente infranto i legami che ancora lo tengono ancorato al nostro pianeta. Ma vere attese sull'avvenire con forza lo sviluppo rapidissimo che questo settore della scienza ha assunto.

Per cui è prevedibile che nel giro di alcuni anni, o decenni, quegli ostacoli che oggi appaiono insormontabili siano invece superati e quei problemi che oggi si presentano ancora come insolubili, affrontati e risolti con successo.

Ostacoli e problemi, come viene puntualizzato nei vari articoli pubblicati dalla rivista, che si collocano allo stato attuale delle cose in campi ben specifici: quello della preparazione psicologica dei futuri piloti spaziali, quello della biologia e dei margini che essa offre per la realizzazione di imprese più ardite, quello della messa a punto di navi spaziali sempre più perfette e sicure ed infine quello della conoscenza sempre più approfondita dell'ambiente nel quale i cosmonauti, di domani, si troveranno ad operare.

Non crediamo che sollevera sorpresa il fatto che in questi studi siano stati affrontati anche se in maniera spesso discutibile, e ci riferiamo in particolare modo al saggio del prof. Emilio Servadio nel quale tutta la teoria e la pratica dei riflessi condizionati viene affrontata in modo alquanto sbrigativo anche problema di carattere psicologico. Un perfetto equilibrio psichico tutti e una delle prime doti che vengono richieste ad un cosmonauta. Il quale, però, si trova nel contempo ad operare in un ambiente atto a suscitare turbe e reazioni, tra le più impensate.

Si pensi ai compito alla condizione di perfetto isolamento di cui si priva una nave spaziale viene a trovarsi, per lunghi periodi. Il momento in cui verrà costretto durante alcune fasi del volo alla costrizione della cabina nella quale è alloggiato.

Il Servadio, in questo proposito, cita alcuni interessanti esperimenti, effettuati negli USA e nel corso dei quali è stato unicamente che presentavano perfette condizioni psichiche e fisiche reagirono in modo assolutamente impensato. Citiamo il caso di un ufficiale di aviazione il quale al termine di un lungo periodo di isolamento in un simulatore di cabina spaziale tentò per sempre le pagine del proprio giornale di bordo di insultare il suo comandante offese contro i propri superiori e contro le autorità in genere.

Di particolare interesse anche l'articolo di Donald K. Slayton uno dei sette astronauti americani addestrati per il progetto Mercury. Slayton descrive in particolare il lavoro di «gruppo» che egli ha svolto con gli altri astronauti, e la considerevole mole di cognizioni tecniche e scientifiche che ogni astronauta ha dovuto acquisire in un breve volgere di tempo.

Spiccano, nel contesto del fascicolo, i contributi di due scienziati sovietici: quello di N. M. Sisakian dedicato a *I problemi di biologia* proposti dai voli cosmici e quello del celebre A. A. Blagonravov su *La preparazione del volo spaziale*. Particolarmente affascinante quella parte dell'articolo di Sisakian dedicata alla necessità di costruire all'interno delle future astronavi un sistema ecologico chiuso nel quale acqua, aria, alimenti e scorie rientrino continuamente in ciclo per garantire la sopravvivenza dei futuri esploratori degli spazi.

Nel concludere ci sia consentita un'osservazione, sia pure marginale: intendiamo cioè sottolineare come spesso, nel fascicolo — una vera e propria nota stonata — lo scritto di Enzo Mazzaglia, dei Centro ricerche astrospaziali dell'Università di Roma. Il titolo è *Progresso tecnico nel campo dei missili e dei veicoli spaziali* ma in sostanza si tratta di un'esposizione sull'impiego bellico e dei razzi e dei mezzi cosmici. Un impiego che tutti auguriamo non debba mai avvenire, per le conseguenze disastrose che ne deriverebbero per l'umanità tutta. Ed anche, perchè la corsa verso le stelle rappresenta per l'umanità intera un grande balzo in avanti sulla via del progresso civile. La guerra è esattamente il contrario.

Michele Lalli

Preparazione di astronauti americani alla assenza di gravità attuata a terra con mezzi artificiali

rivista delle riviste

Calendario del popolo

Il *Calendario del popolo* ha elaborato un piano di sviluppo per il 1963 che è destinato ad accrescerne la funzione di divulgazione scientifica (scienze matematiche, scienze sociali, scienze naturali): una funzione utilissima. Si è quasi sbalorditi dalla capacità e dall'entusiasmo di un organizzatore di cultura come Giulio Trevisani che, con baldanza giovanile, via via che gli anni passano moltiplica le iniziative editoriali del *Calendario*, cerca di venire incontro a tutte le più varie esigenze di conoscenza e di aggiornamento di un grande pubblico popolare.

Per il 1963 sono in cantiere addirittura: un atlante geografico, storico, politico, economico, culturale; un'appendice di aggiornamento e revisione dell'«Enciclopedia universale» che ha rappresentato, per cinque anni, e con cinque volumi, uno sforzo straordinario - meritevole della rivista; un ampliamento delle pagine dedicate alle varie materie, sezioni, rubriche, iniziando a cura di Francesco Pistolese una storia della fisica dalle origini alla fisica nucleare; un dizionario dell'attualità contenente voci relative agli argomenti nuovi di politica, di storia, di arte, di scienza; uno sviluppo delle rubriche destinate particolarmente agli autodidatti; una *pagina nuova* del *Calendario* dedicata al diritto, rivolta, cioè, alla popolarizzazione delle leggi fondamentali della Costituzione.

Come si vede, è tutto un fervore di iniziative che si esprime poi in un quadro organico coi volumi della «Piccola enciclopedia del socialismo e del comunismo»: quattro edizioni in quindici anni, un'appendice che è un complemento aggiornato della quarta edizione del 1953. Il lettore a cui parla Giulio Trevisani, che essa serve con amore e sollecitudine, è il lettore operaio e contadino, il giovane, studente e tecnico, l'autodidatta, la famiglia in cui il *Calendario* rappresenta una voce amica e fraterna di apertura sul mondo e i suoi problemi, sul passato e sul presente, puntuale nell'informazione e nel commento.

Vi sono limiti in questa opera di divulgazione scientifica, pericoli di schematismo e di volgarizzazione? Indubbiamente e tanto più vi sarebbero quanto più il bandiere direttore del *Calendario* fosse lasciato solo nella sua fatica (sebbene oggi disponga di una nutrita équipe di collaboratori e specialisti) che in un periodo ormai quasi ventennale ha formato una generazione intera di lettori ai principii e ai sentimenti del socialismo.

L'augurio che facciamo alla rivista non è quindi formale, è una segnalazione e un impegno per le forze culturali progressiste a non scordare la dimensione preziosa della funzione del *Calendario*, a sorreggerla con una collaborazione fattiva e critica tale da arricchirne la capacità di penetrazione e l'alto livello divulgativo.

p. s.

Segnalazioni

Il *Notiziario* del Centro nazionale dell'energia nucleare di dicembre pubblica uno studio di Vanicio C. Boffi e di Vincenzo G. Molinari su «Moderni aspetti della teoria dei reattori nucleari», e una nota di Sergio Pittoni sul programma di costruzione di centrali nucleari per soddisfare i fabbisogni elettrici italiani degli anni futuri.

schede

L'èra dei mammuth

Uno dei simboli della vita preistorica è il mammuth, gigantesco e strano pachiderma che, alla fine della quaternaria, popolava non solo gran parte dell'Europa ma anche l'Africa e l'America del Nord. Il mammuth era un'insieme agli uomini dell'epoca che gli davano costantemente la caccia e si sforzavano di riprodurne nei loro disegni. Dagli inizi degli studi sulla preistoria dunque, il mammuth è stato il centro di lunghe e pazienti ricerche da parte di centinaia di spedizioni. La maggior parte dei ritrovamenti è stata compiuta in Siberia, sì da far sembrare per parecchio tempo che i mammuth avessero abitato soltanto quella parte estrema del mondo, che non è vero. Vero è piuttosto che, grazie al freddo continuo, i più pro-

g. f. p.