Al liceo classico e allo scientifico perplessità sulle prove scritte di ieri: latino e matematica

Un ostico Tacito e «assi» non previsti

ROMA — Il colpo di scena della versione «rapita» e della sostituzione all'ultimo minuto del testo latino da tradurre non ha portato fortuna agli studenti dei licei classici. Il testo di «riserva», infatti, con cui hanno dovuto cimentarsi ieri è stato giudicato dagli esperti «alquanto difficile». Si tratta di un brano di Tacito, scrittore efficace ma estremamente scarno e che quindi ha bisogno di una traduzione quanto mai limpida e precisa.

Anche il compito di matematica per il liceo scientifico ha sollevato proteste e perplessità. Il primo problema proposto, in particolare, risultava particolarmente difficile: non sempre, infatti, il programma effettivamente svolto contempla anche la traslazione degli assi.

Insomma, anche per la seconda prova scritta, il distacco ta i programmi (la scuola «reale», dunque) e le prove di volta in volta «inventate» per gli esami è grande. Comunque, con le prove di ieri, si conclude la parte «scritta». Ora verranno i «colloqui».

Il brano di latino per il liceo classico

INVASIONE DEL PAESE DEI MARSI

Laeti neque procul Germani agitabant, dum iustitio ob amissum Augustum, post discordiis Romani attinentur. At Germanicus agmine propero silvam Caesiam limitemque a Tiberio coeptum scindit, castra in limite locat, frontem ac tergum vallo, latera concaedibus munitus. Inde saltus obscuros permeat consultatque ex duobus itineribus breve et solitum sequatur an impeditius et intemptatum eoque hostibus incautum. Delecta longiore via cetera adcelerantur: etenim attulerant exploratores festam eam Germanis noctem ac sollemnibus epulis ludicram. Caecina cum expeditis cohortibus praeire et obstantia silvarum amoliri iubetur: legiones modico intervallo sequuntur. Iuvit nox sideribus inlustris, ventumque ad vicos Marsorum et circumdatae stationes stratis etiam tum per cubilia propterque mensas, nullo metu, non antepositis vigiliis: adeo cuncta incuria disiecta erant neque belli timor, ac ne pax quidem nisi languida et soluta inter temulentos. Germanicus avidas legiones quo latior populatio foret quattuor in cuneos dispertit; quinquaginta milium spatium ferro flammisque pervastat. Non sexus, non aetas miserationem attulit: profana simul et sacra et celeberrimum illis gentibus templum quod Tanfanae vocabant solo aequantur. Sine vulnere milites, qui semisomnos, inermos aut palantis ceciderant.

TACITO

Allegri e non lontano se ne stavano i Germani, mentre i Romani erano bloccati prima dal lutto pubblico per la morte di Augusto e successivamente dalle discordie. Ma Germanico, con una rapida marcia, apre un passaggio attraverso la selva Cesia e nella linea di difesa iniziata a costruire da Tiberio, pone l'accampamento sulla barriera stessa, protetto sul fronte e alle spalle da trincee e sui lati da barricate di alberi abbattuti. Quindi attraversa fitti boschi e tiene consiglio se seguire, delle due strade, quella breve abituale, oppure quella più difficile e mai tentata e per questo non sorvegliata dai nemici.

Una volta scelta la via più lunga, tutto il resto viene accelerato: perché le spie avevano riferito che quella era per i Germani una notte di festa e celebrata allegramente con banchetti solenni. Viene ordinato a Cecina di andare avanti con le coorti leggere e di sgombrare gli ostacoli della foresta: le legioni seguono a poca distanza. Favorì i Romani la notte rischiarata dalle stelle, giunsero ai villaggi dei Marsi e intorno furono collocati dei posti di guardia mentre essi erano ancora sdraiati sui letti e vicino alle mense, senza nessun timore, senza aver predisposto sentinelle: a tal punto tutto per negligenza era stato lasciato in abbandono, non c'era paura della guerra ma nemmeno pace, se non la languida ed indebolita tranquillità degli ubriachi.

Germanico divide le legioni avide di preda in quattro cunei perché la distruzione sia più vasta e mette a ferro e fuoco tutto per un raggio di Cinquanta miglia. Né il sesso, né l'età ispirarono pietà alcuna: insieme edifici profani e sacri vengono rasi al suolo, anche il tempio, che chiamavano di Tanfana, famosissimo presso quelle popolazioni. Nessuna ferita per i soldati che avevano colpito nemici mezzo addormentati, disarmati o dispersi.

* * *

Il brano è tolto da *Annales*, I, 50, 1-4; 51,1. In tre punti il testo ministeriale risulta modificato rispetto al testo tràdito:
50,1: *Romani attinentur* per *attinemur*;
50,2: *Germanicus* per *Romanus*;
51,1: *Germanicus* per *Caesar*.

Le varianti sembrano suggerite dalla volontà di facilitare la comprensione del senso, e in effetti *Romanus* e *Caesar*, come vocaboli, possono essere intesi in molti modi. Ciò non toglie che qualsiasi intervento su un testo, pur con le migliori intenzioni, sia da evitare. In tutti e tre i casi lo slittamento semantico provocato dalle *lectiones* ministeriali è notevole: nel primo caso viene stravolto lo statuto del narratore (dalla prima alla terza persona), nel secondo la polisemia di *Romanus* viene ristretta in *Germanicus*, nel terzo, con procedimento analogo, *Caesar* viene specificato nell'onnipresente generale.

Giovanni Sega
Docente di latino e greco presso il Liceo-Ginnasio Virgilio di Roma

Il tema di matematica per lo scientifico

1) Si studi la funzione

$$y = 2x^3 - 3x^2 + 1$$

e se ne disegni il grafico.

Si individui la traslazione di assi

$$x = X + a, \qquad y = Y + b$$

che rende la curva simmetrica rispetto all'origine e si scriva l'equazione della curva trasformata.

Si determinino le coordinate dei punti in cui la curva data incontra la bisettrice del primo e del terzo quadrante e si calcoli l'area di una delle regioni finite di piano delimitate dalla curva e dalla bisettrice stessa.

2) Considerato il triangolo ABC con i lati AB = 3a, AC = 4a, BC = 5a, si scriva, in un sistema di assi coordinati cartesiani opportunamente scelto, l'equazione della parabola con asse perpendicolare al lato BC, tangente in B al lato AB e passante per il punto C.

Si indichi il criterio seguito nella scelta del sistema di riferimento.

Si calcolino le aree delle due parti in cui il triangolo è diviso dall'arco di parabola ad esso interno.

3) *Si consideri una circonferenza di diametro* AB = 2r e si conduca per il punto A, perpendicolarmente al piano della stessa circonferenza, il segmento AP = a. Se MN è una corda della circonferenza perpendicolare ad AB, si determini per quale posizione di MN risulta massimo il volume della piramide PAMN.

Si risolva il problema anche per via elementare.

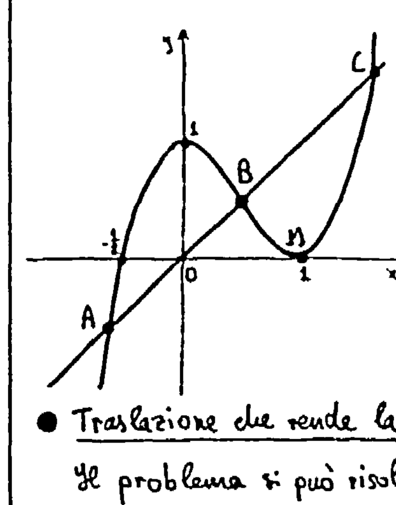
4) Si enunci il teorema di Rolle e si mostri, con opportuni esempi, che se una qualsiasi delle tre condizioni previste non è soddisfatta, il teorema non è valido.

(soluzioni a cura di Walter Maraschini)

1° quesito

Disegniamo il grafico della funzione assegnata:

- Intersezione con l'asse y: $x=0 \Rightarrow y=1$
- Intersezione con l'asse x: $y=0 \Rightarrow 2x^3-3x^2+1=0$
  Una soluzione "evidente" è $x_1=1$. Utilizzando il Teorema di Ruffini si trovano le altre due soluzioni $x_2=1$, $x_3=-1/2$.
- Massimi e minimi: $y'=6x^2-6x$
  $y'=0 \Rightarrow x_1=0$, $x_2=1$
  Inoltre: $y'<0 \Leftrightarrow 0<x<1$
  Perciò: $(0;1)$ è un punto di massimo
  $(1;0)$ è un punto di minimo, in cui la curva è tangente all'asse x

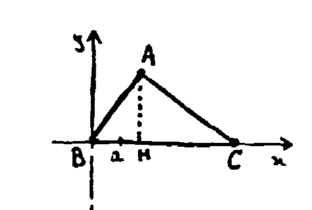


- Traslazione che rende la curva simmetrica rispetto all'origine:
  Il problema si può risolvere intuitivamente osservando che la curva ha un centro di simmetria in un punto intermedio al massimo e al minimo, cioè in $B(1/2;1/2)$ che diventa origine dei nuovi assi. Perciò: $X=x'+1/2$; $Y=y'+1/2$.
  Si può giungere alla stessa conclusione sostituendo nell'equazione data: $y'+b=2(x'+a)^3-3(x'+a)^2+1$. Sviluppando ed annullando i coefficienti dei termini di grado pari si ottiene ancora $a=1/2$, $b=1/2 \Rightarrow$
- Equazione della curva trasformata: $y'=2x'^3-\frac{3}{2}x'$
- Intersezioni della curva con $y=x$: Dal sistema si ricava l'equazione risolvente $2x^3-3x^2-x+1=0$, che ha una soluzione "evidente" in $x_1=\frac{1}{2}$ (corrisponde al centro di simmetria B!) e $x_{2,3}=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$
  Ovviamente quindi: $A\left(\frac{1-\sqrt5}{2};\frac{1-\sqrt5}{2}\right)$, $B\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$, $C\left(\frac{1+\sqrt5}{2};\frac{1+\sqrt5}{2}\right)$
- Area di BCM: Si ottiene calcolando $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1+\sqrt5}{2}}\left[x-(2x^3-3x^2+1)\right]dx$

2° quesito

Il problema può essere risolto in diversi modi. Conviene però scegliere un riferimento cartesiano che abbia:

- unità di misura a
- Asse x coincidente con BC
- Origine in B



Sotto queste condizioni si ha

$\overline{AB}=3$, $\overline{AC}=4$, $\overline{BC}=5$. È una terna pitagorica e il triangolo è perciò rettangolo.

$B\equiv(0;0)$; $C\equiv(5;0)$; $A\equiv\left(\frac{9}{5};\frac{12}{5}\right)$ (giacché $\overline{AH}=\frac{\overline{AB}\cdot\overline{AC}}{\overline{BC}}$ ...)

- La parabola ha asse di simmetria parallelo ad y e quindi ha equazione $y=ax^2+bx+c$
- Passa per l'origine e quindi $c=0$
- È tangente in B alla retta AB, che ha equazione $y=\frac{y_A}{x_A}x \Rightarrow y=\frac{4}{3}x$.
  Dev'essere $y'=2ax+b$ uguale a $4/3$ per $x=0 \Rightarrow b=4/3$
- Passa per C e quindi $0=a(5)^2+\frac{4}{3}\cdot 5 \Rightarrow a=-4/15$

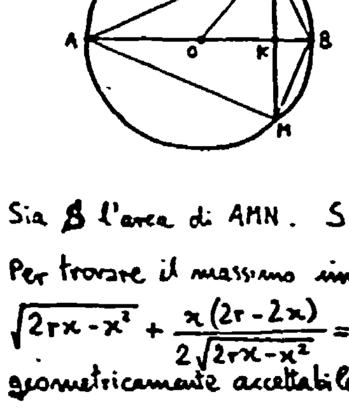
L'equazione cercata è quindi: $y=-\frac{4}{15}x^2+\frac{4}{3}x$

- L'area del triangolo è $\frac{\overline{AB}\cdot\overline{AC}}{2}=6$
- L'area della regione sottesa alla parabola è $\int_0^5\left(-\frac{4}{15}x^2+\frac{4}{3}x\right)dx=\frac{50}{9}$

Una regione ha quindi area $\frac{50}{9}$, l'altra $6-\frac{50}{9}=\frac{4}{9}$

3° quesito

È un "apparente" problema di geometria solida in quanto il massimo volume della piramide si ha in corrispondenza della massima area di base. Limitando l'attenzione al piano della circonferenza si tratta di determinare AK in modo tale che AMN abbia area massima. Intuitivamente il problema è ovvio perché



l'area massima si ha in corrispondenza della massima regolarità ⇒ il triangolo dev'essere equilatero.

Altrimenti, si procede così:

$\overline{AK}=x$, $\overline{OK}=2r-x$

$\overline{NK}=\sqrt{\overline{ON}^2-\overline{OK}^2}=\sqrt{2rx-x^2}$

Sia S l'area di AMN. $S=\frac{\overline{MN}\cdot\overline{AK}}{2}=x\sqrt{2rx-x^2}$

Per trovare il massimo imponiamo $S'(x)=0$

$\sqrt{2rx-x^2}+\frac{x(2r-2x)}{2\sqrt{2rx-x^2}}=0 \Rightarrow x(2x-3)=0 \Rightarrow x=\frac{3}{2}$ è l'unica soluzione geometricamente accettabile, che corrisponde al caso del triangolo equilatero.