

All'esame con la calcolatrice

ROMA. «Visto che era l'esame di maturità avevo voglia di curare la versione in italiano, fare uno sforzo e rifinire al massimo la lingua. Invece ho utilizzato le quattro ore a disposizione, fino all'ultimo minuto, per tradurre alla lettera: ho fatto una versione da ginnasiale. Ventitré righe esatte, molto più del solito». Lo dice Chiara Colizzi, studentessa romana del «Mamel». Ha appena finito di tradurre la versione per i classici, da Platone.

Malinconia senile di un Platone datato 353 a.C.? Riflessioni di un gran filosofo sul rapporto fra idea e politica? Questo brano dalla «settimana lettera» è giudicato un buon banco di prova dagli esperti, come il grecista Luigi Enrico Rossi, il latinista severo Ettore Paratore. «Tropo lungo», viene giudicato invece dai maturandi da un capo all'altro dell'Italia. Lo dice Luca Peretti, che esce dai più famosi dei licei milanesi, il «Parini». E aggiunge con «noblesse»: «Per carità, non aboliamo il greco: studiarlo aiuta la crescita personale». Giudica Stefano Giacomelli, quando emerge a tempo scaduto, stravolto, dal «Galvani» di Bologna: «Negli ultimi due mesi io mi sono tradotto le versioni dal greco date alla maturità negli anni scorsi. Tutte più corte, più elementari. E poi, accidenti, non c'era una frase che comparisse già tradotta sul vocabolario».

Per i ragazzi dell'87 il gran ritorno del greco sui banchi della maturità, dopo cinque anni, la discussione fra «antichisti» e «modernisti», perfino quel fatto di polemica che s'accende sulla scelta di questo brano, che preso in sé è così politico e così nichilista, tutto si è risolto nella solita corsa col tempo, una gara da Olimpiadi.

Uno stress agonistico che quelli dei Classici, pattuglia di 30.000, hanno condiviso con gli altri 390.000, alle prese anche loro, ieri mattina, con la seconda e ultima prova scritta.

Diciassette «tracce» in tutto. I danni di un diserto in un frutteto per gli aspiranti tecnici agrari. Risparmio e finanziamento delle imprese per i tecnici commerciali. Stima d'un patrimonio ereditario per i geometri. Allestimento d'uno stand a una fiera internazionale: per periti aziendali e corrispondenti in lingue estere. Più edonisticamente, scelta dell'itinerario per una crociera nel Mediterraneo per i turisti. Ecco alcuni soggetti affrontati con un tempo a disposizione che andava dalle quattro ore per i classici fino alle otto per i chimici industriali.

Contesta Alessandro Fini, bolognese, del «Marconi»: «Nel compito per i programmatore c'era un'operazione finanziaria. Mai affrontata prima a scuola. Che cosa ho fatto? L'ho lasciata in bianco».

Cronache di poveri maturandi, parafrasando Pratolini. Sempre le stesse, per chi le vive sui banchi, anche se «questa» maturità è malcondiversa, sottovalutata, spregiata dagli esperti (giudizio che colpisce però soprattutto quello che sarà il prossimo round: i colloqui orali).

Maturandi anni Ottanta con una marcia in più: in tasca, agli esami, ormai si può portare ufficialmente la calcolatrice. Ce l'avevano accanto al foglio protocollo, ieri mattina, la maggioranza dei candidati dei licei scientifici. Uno strumento utile? «Macché, serve solo per scaramanzia». Parola di Alessandra Brigazzi, romana, del Liceo «Righini», che, bravissima, ha risolto tutti e quattro gli esercizi e afferma decisa che lei ha usato solo uno strumento arcaico: «la logica».

Più «antico» ancora, sempre verde in tutte le stagioni della scuola, da De Amicis al computer, quest'altro romano, per il quale, c'è poco da dire, è davvero necessario mantenere l'anonimato. Si chiama F. ed esce da un classico: «Platone era terrificante», commenta sgomenta. E poi rivela: «Io veramente in greco sono sotto la sufficienza, però stavolta ce l'ho fatta: il compito me l'ha passato uno bravo».

M.S.P.

Maturità scientifica

1) In un sistema di assi cartesiani ortogonali è assegnata la famiglia di linee di equazione

$$y = 3x - x^2$$

$$ax^2 + (1-3a)x - y - 3 = 0.$$

Si individuino in tale famiglia la retta r e le due parabole C' e C'' che con la stessa retta formano ciascuna una regione finita di piano avente area 9/2.

Si dimostri che le due parabole ottenute sono congruenti. Si scriva inoltre l'equazione della retta parallela all'asse delle ordinate tale che le tangenti a C' ed a C'' nei punti di intersezione di essa con le stesse parabole siano parallele.

2) Si studi la funzione

$$y = \sqrt{\frac{2-x}{x}}$$

e se ne disegni il grafico. Si sottoponga la curva alla trasformazione

$$\begin{aligned} x &= mX & (m=0) \\ y &= nY & (n=0) \end{aligned}$$

e si determinino i coefficienti m ed n in modo che il segmento congiungente gli estremi relativi della curva trasformata risulti della stessa lunghezza e perpendicolare al segmento congiungente gli estremi relativi della curva assegnata.

3) In un sistema di assi cartesiani ortogonali Oxy si consideri la funzione

$$y = \sqrt{\frac{2-x}{x}}$$

Considerato l'arco AB della curva, essendo A il punto di flesso e B quello a tangente parallela all'asse delle ordinate, si determini il volume del solido ottenuto dalla rotazione della regione finita di piano compresa tra l'arco AB, la retta OA e l'asse delle ascisse, di un intero giro attorno all'asse medesimo.

4) In un sistema di assi cartesiani ortogonali si scriva l'equazione della retta r simmetrica, rispetto alla bisettrice del primo e del terzo quadrante, di una generica retta r di equazione $y = mx$.

Si individui la coppia di rette r ed r' tali che il triangolo isoscele formato da esse e da una perpendicolare alla bisettrice considerata abbia l'altezza uguale alla base.



Tema 1

Per $a > 0$ l'equazione rappresenta la retta $r: y = x - 3$ che interseca la generica linea della famiglia in $A(0, -3)$ e $B(3, 0)$. La soluzione del tutto si traduce in $\int_0^3 |ax^2 - 3ax| dx = \frac{9}{2}$ da cui si ricava $a = \pm 2$.

$C_1: y = x^2 - 2x - 3$ $C_2: y = -x^2 + 4x - 3$

Le due parabole sono congruenti perché si individuano in una medesima famiglia di curve $M(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$. Si può dimostrare, sfruttando una trasformazione che porta l'origine in M, che equazioni delle parabole risultano $C_1': y = X^2 - X - \frac{9}{4}$ e $C_2': y = -X^2 + X + \frac{9}{4}$, per le quali è facile verificare la simmetria rispetto all'origine. La retta xat interseca le due parabole nei punti $P(t, t^2 - 2t - 3)$ e $Q(t, -t^2 + 4t - 3)$. Dato che i punti P e Q si trovano su rette parallele si deve avere $t = \frac{3}{2}$. L'equazione richiesta è $x = \frac{3}{2}$.

Tema 2

La funzione è una cubica simmetrica rispetto all'origine, cioè che interseca gli assi nei punti $O(0,0)$, $A(-\sqrt{3}, 0)$, $B(\sqrt{3}, 0)$ con minimo nel punto $V_1(-1, -2)$ e massimo nel punto $V_2(1, 2)$.

Operando la trasformazione si ottiene ancora una cubica di equazione $Y = 2X - X^3$, che ha per estremi relativi i punti $V_1'(-1, -2)$ e $V_2'(1, 2)$. Dalle condizioni di simmetria e perpendicolarità si ottiene il sistema $\begin{cases} \frac{1}{m} + \frac{1}{n} = 5 \\ \frac{1}{m} - \frac{1}{n} = -1 \end{cases}$ che ha per soluzioni $m = \frac{1}{2}$ e $n = -2$.

Entrambe le soluzioni individuano alla stessa cubica l'insieme di equazione $Y = -\frac{1}{2}X + \frac{1}{2}X^3$.

Tema 3

È una funzione algebrica razionale fatta definita nell'insieme $E = \{x \in \mathbb{R} / 0 < x \leq 2\}$. Si ha $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{\frac{2-x}{x}} = +\infty$ e la retta $x=0$ è asintoto verticale per la funzione. Poiché la derivata prima $y' = \frac{-1}{2\sqrt{x(2-x)}}$ è negativa la funzione è decrescente e priva di massimi e minimi. Poiché $\lim_{x \rightarrow 2^-} \sqrt{\frac{2-x}{x}} = 0$ il punto a tangente parallela all'asse delle ordinate è $A(\frac{2}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3})$.

Il volume del solido di rotazione è $V = \pi \int_{\frac{2}{3}}^2 \left(\sqrt{\frac{2-x}{x}}\right)^2 dx = \pi \left[2x - \frac{1}{2} \ln \left| \frac{2-x}{x} \right| \right]_{\frac{2}{3}}^2 = \pi \left(2 \cdot \frac{4}{3} - \frac{1}{2} \ln \left| \frac{2}{\frac{2}{3}} \right| \right) = \frac{8\pi}{3} \approx 8,38$.

Tema 4

La retta r ha equazione $y = mx$ la retta r' ha equazione $y = \frac{1}{m}x$. La simmetria rispetto a $y = x$ si ottiene se si fanno scambiare x e y nei due equazioni.

$A(x, mx)$; $B(2x, x)$; $H(\frac{mx+x}{2}, \frac{x+mx}{2})$; $(m+1)$

Imponendo che OH sia uguale ad HB si ottiene $\frac{x}{2} \sqrt{m^2+1} = x \sqrt{1+m^2}$ da cui $m = \frac{1}{2}$. Le rette richieste sono $r: y = \frac{1}{2}x$ e $r': y = 2x$.

Nel caso $m > 1$ $r: y = 2x$ e $r': y = \frac{1}{2}x$.

La politica che non piaceva al filosofo

PRIME ESPERIENZE POLITICHE DI PLATONE

Νίκοι ἔγωγε ποτε ἂν πολλοὶ δὴ ταῦτον εὖθεον ᾗδον, ὅτι ἔστιν ἄριστος νομοθετὴς ἄριστος, εἰ καὶ τὰ κοινὰ τῆς πόλεως αὐτῷ ἴσως. καὶ μὴ τῶν αὐτῶν τῶν πόλεων πραγμάτων αὐτῷ ἀπορίσσει. καὶ πολλῶν γὰρ τῆς τότε πολιτικῆς οὐλομένης μεταβολῆς γίνονται, καὶ τῆς μεταβολῆς αὐτῶν ἀπορίσσει τῶν ἀλλοτρῶν προτάσεων ἀρχαίται, εὖθεον δὲ ἵσ' ἄρα, λέγει, λέγει δ' ἵσ' Πλάτων, τῶν αὐτῶν δὲ πόλεων ἀπορίσσει ἀπορίσσει αὐτοῦ ἀπορίσσει. τούτων δὲ τῶν αὐτῶν ἀπορίσσει καὶ τῶν αὐτῶν ἀπορίσσει, καὶ δὲ καὶ παρελθόντων ἀπορίσσει καὶ τῶν αὐτῶν ἀπορίσσει. καὶ ἔγωγε ὁμοιωτικῶς αὐτῶν ἀπορίσσει τῶν αὐτῶν ἀπορίσσει. καὶ ἔγωγε ὁμοιωτικῶς αὐτῶν ἀπορίσσει τῶν αὐτῶν ἀπορίσσει. καὶ ἔγωγε ὁμοιωτικῶς αὐτῶν ἀπορίσσει τῶν αὐτῶν ἀπορίσσει.

Questo il testo, tradotto in italiano, dal brano della settimana letteraria di Platone assegnato alla maturità classica per la prova scritta di greco. Quando ero giovane, provai la stessa cosa che molti provano: pensavo, cioè, appena fossi divenuto padrone di me stesso, di entrare subito nella vita politica. Or bene, ecco quali furono le sorti della politica cittadina che mi si pararono dinnanzi. Il governo di allora, osteggiato da molti, venne allontanato e della nuova situazione divennero arbitri e signori cinquantuno uomini, dei quali undici in città e dieci nel Pireo, ma trenta si costituirono autocrati con pieni poteri su tutto e su tutti. Alcuni di costoro erano per caso miei familiari e conoscenti e mi invitavano subito a partecipare alla politica attiva come a cosa che ben mi si addiceva. Ed io, a cagione della mia giovinezza, nulla trovai di cui ora debba sorprendermi: credevo, infatti, che essi avrebbero governato la città volgendola da un sistema di vita ingiusto ad un costume giusto; sicché prestavo molta attenzione a ciò che avrebbero fatto. Ora, accorgendomi che questi uomini in breve tempo facevano davvero apparire come oro il governo precedente - tra l'altro mandarono insieme ad altre persone Socrate, amico mio e di me più anziano, che io non avrei esitazione a chiamare il più giusto degli uomini di allora, a casa di uno dei cittadini per condurlo via con la forza verso il supplizio, affinché anch'egli, volente o no, partecipasse alle loro malefatte, ma egli non obbedì e preferì affrontare il rischio di patirne ogni conseguenza piuttosto che divenire loro complice di azioni nefande - or bene osservando tutte queste cose, io ne concepìi tale indignazione da tirarmi fuori dalle ignominie di allora. (Agi)

Maturità magistrale

Tema di matematica

I. Nel triangolo rettangolo ABC i cui cateti AB ed AC misurano rispettivamente 6 cm ed 8 cm, si prenda sull'ipotenusa il punto D tale che sia $BD = 4$ cm. Condotta per D la perpendicolare all'ipotenusa e dette rispettivamente F e G le sue intersezioni con le rette AB ed AC, si calcolino le misure dei segmenti DF ed DG.

Deita E l'intersezione del segmento DF con la circonferenza circoscritta al triangolo ABC, si calcolino l'area e il perimetro del triangolo BCE.

Si dimostri che i triangoli BDF e DCG sono simili e che DE è medio proporzionale tra DF ed DG.

SVOLGIMENTO

$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ (TEOREMA DI PITAGORA)

$DC = 10 - 4 = 6$ $BD = 4$

$4 \cdot 6 = 24$

$x = 2$

$DF = 2$

BDF SIMILE A BAC PER IL CRITERIO DI SIMILITUDINE (ANGOLI VERTICI ANGOLI OBTUSI E ANGOLI VERTICI IN C)

Dunque $BF = DF = AB = AC$

Da cui $BF = 2 = 2$

ANALOGAMENTE CDE È SIMILE A BAC

Dunque $DE = DC = AC = 8$

Da cui $DE = 8 = 8$

IL TRIANGOLO BCE È RETTANGOLO (PERCHÉ INSCRITTO IN UNA SEMICIRCONFERENZA). PER IL 3° TEOREMA DI EUCLIDE SI HA: $BE \cdot CE = DE^2 = 64$

Da cui $BE = \frac{64}{8} = 8$ $CE = 8$

IPOTESI: $BE = \sqrt{BC^2 - CE^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$ (TEOR. DI PITAGORA)

$CE = \sqrt{BC^2 - BE^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$

Dunque risulta PERIMETRO $(BCE) = 10 + 6 + 8 = 24$

AREA $(BCE) = \frac{10 \cdot 6}{2} = 30$

LA SIMILITUDINE TRA BDF E DCG È CONSEGUENZA DELLA SIMILITUDINE DI CIASCUNO DI ESSI CON BAC E DELLA PROPRIETÀ TRANSITIVA DELLA RELAZIONE DI SIMILITUDINE.

DE È MEDIO PROPORZIONALE TRA DF E DC PERCHÉ $\angle C = \angle B = 90^\circ$

II.

Si descriva e si giustifichi il procedimento di calcolo (algoritmo) della moltiplicazione di due numeri naturali di almeno due cifre, scelti a piacere.

SVOLGIMENTO

SI CONSIDERINO, AD ESEMPIO, I NATURALI 83 e 75.

SI HA: $83 \cdot 75 = 83 \cdot (70 + 5) = 83 \cdot 70 + 83 \cdot 5$

(PROPRIETÀ DISTRIBUTIVA DELLA MOLTIPLICAZIONE RISPETTO ALLA ADDIZIONE)

INOLTRE: $83 \cdot 70 = 83 \cdot 5 + 83 \cdot 5 + 83 \cdot 5 + 83 \cdot 5$

(PROPRIETÀ ASSOCIATIVA DELLA ADDIZIONE)

ANCORA: IL PRODOTTO DI 83 PER 70 SI PUÒ OTTENERE PARTENDO DA 83 E ADDIZIONANDO VOLT VOLT AL RISULTATO IL PRODOTTO $8 \cdot 5 = 40$

(PROPRIETÀ DELLA MOLTIPLICAZIONE PER I MULTIPLI DI 10)

ALGORITMO

1 - CALCOLA $83 \cdot 5$

2 - CALCOLA $83 \cdot 7$

3 - ADDIZIONI VOLT VOLT AL RISULTATO OTTENUTO AL PASSO 2

4 - ADDIZIONE IL RISULTATO OTTENUTO AL PASSO 3 CON IL RISULTATO OTTENUTO AL PASSO 1

SI OSSERVA CHE PER CALCOLARE I PRODOTTI $83 \cdot 5$ e $83 \cdot 7$ SI PUÒ PROCEDERE Moltiplicando.

AD ESEMPIO $83 \cdot 5 = (80 + 3) \cdot 5 = 80 \cdot 5 + 3 \cdot 5 = 400 + 15 = 415$

IN TAL MODO LA MOLTIPLICAZIONE DI DUE NATURALI DI "DUE CIFRE" SI RISPONDE ALL'ADDIZIONE E ALL'USO DELLA TABELLA PITAGORICA.

Gli esercizi di matematica per la maturità sono stati risolti da Sandra Rebecchi. Quelli per la magistrali da Giuliano Spirito.