Ieri la seconda prova scritta dell'esame di maturità

Le soluzioni dei compiti

Con la seconda prova scritta si è conclusa la prima sessione degli esami di maturità. Quella dedicata alle prove orali si aprirà tra pochi giorni. Dopo la delusione per i temi di italiano i 470 maturandi si sono trovati di fronte prove tecniche non semplici, anzi difficili, come il tema di ragioneria che ha interessato i 114mila ragazzi della maturità tecnica commerciale, un quarto di tutti gli studenti. Il tema riguardava in particolare le caratteristiche del capitale di funzionamento nelle imprese produttrici di beni, in quelle produttrici di servizi e in quelle bancarie.

Di media difficoltà il brano di latino che hanno dovuto tradurre i ragazzi del liceo classico. Il giudizio è del latinista Francesco Casorati, secondo il quale l'impegno maggiore «è stato nella scelta delle parole». Si tratta comunque di un brano notissimo, attribuito a Tacito, ma in effetti di un pseudo-Tacito. Impegnativo, sempre per Casorati, il brano di Quintiliano assegnato ai ragazzi della maturità magistrale. Più difficile del solito, tuttavia anche questo è molto noto. Infine c'è da segnalare che il brano di tedesco assegnato per gli istituti tecnici per il turismo è risultato, secondo molti studenti e anche diversi insegnanti, estremamente complesso, e al di là dei programmi svolti.

Maturità classica, latino: Non vi è grande eloquenza senza libertà

Magna eloquentia, sicut flamma, materia alitur et motibus excitatur et urendo clarescit. Eadem ratio in nostra quoque civitate antiquorum eloquentiam provexit. Nam etsi horum quoque temporum oratores ea consecuti sunt, quae composita et quieta et beata re publica tribui fas erat, tamen illa perturbatione ac licentia plura sibi adsequi videbantur, cum mixtis omnibus et moderatore uno carentibus tantum quisque orator saperet, quantum erranti populo persuaderi poterat. Hinc leges adsiduae et populare nomen, hinc contiones magistratuum paene pernoctantium in rostris, hinc accusationes potentium reorum et adsignatae etiam domibus inimicitiae, hinc procerum factiones et adsidua senatus adversus plebem certamina. Quae singula etsi distrahebant rem publicam, exercebant tamen illorum temporum eloquentiam et magnis cumulare praemiis videbantur, quia quanto quisque plus dicendo poterat, tanto facilius honores adsequebatur, tanto magis in ipsis honoribus collegas suos anteibat, tanto plus apud principes gratiae, plus auctoritatis apud patres, plus notitiae ac nominis apud plebem parabat.

Tacito

La grande eloquenza, come la fiamma, ha bisogno di materia che la alimenti come di moto che la levi in alto, e bruciando si fa più luminosa. Una condizione di tal genere anche nella nostra città fece progredire l'eloquenza degli antichi. È vero che anche ai nostri giorni gli oratori hanno raggiunto i risultati che si potevano attendere in un regime ordinato, tranquillo e felice; tuttavia è evidente che ottenevano vantaggi anche maggiori nella confusione e licenza di allora, quando, sconvolto ogni ordinamento e mancando un reggitore unico, ogni oratore tanto più valeva quanto più riusciva a persuadere il popolo ondeggiante. Di qui continue proposte di legge e favore popolare, di qui discorsi-fiume di magistrati che pernottavano per così dire sulla tribuna, di qui chiamate in giudizio dei potenti e inimicizie che penetravano perfino nelle famiglie, di qui divisioni politiche tra gli stessi ottimati e continui conflitti tra il senato e la plebe.

Ma questi mali, sebbene dilaniassero lo Stato, stimolavano gli oratori di quel tempo e li compensavano con grandi premi: quanto più ciascuno si affermava con la parola, tanto più facilmente raggiungeva le cariche pubbliche, tanto più, nelle cariche stesse, emergeva sui colleghi, tanto più favore si procacciava presso gli ottimati, più autorità presso i senatori, maggiore fama e popolarità presso la plebe.

(Trad. di Melina Insolera)

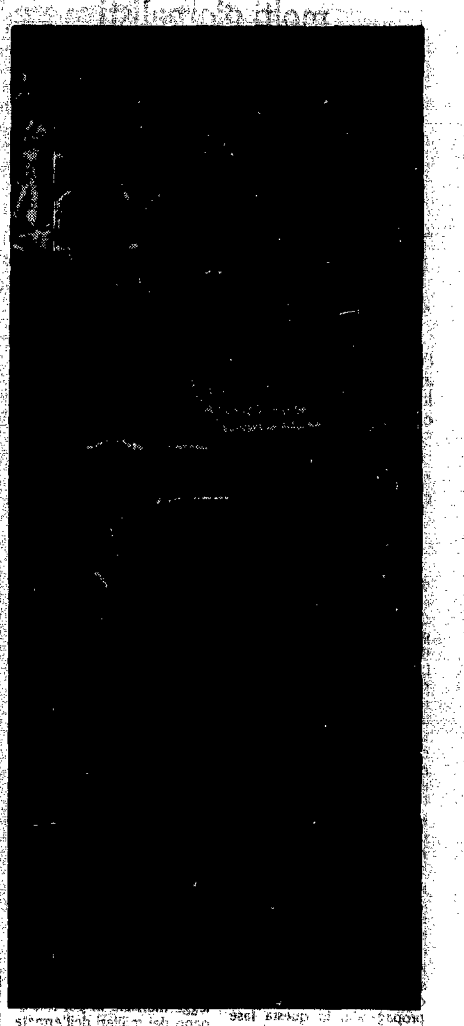
Ieri seconda prova, quella specifica per i vari indirizzi. Per il classico, il latino. È un brano di Tacito che non presenta particolari difficoltà sintattiche. Sarà difficile invece trovare le parole giuste in italiano perché in Tacito (II dopo Cristo) i vocaboli e le strutture classiche sono usati con particolare mobilità e ambiguità di accezione. Quanti studenti saranno capaci di tradurre decentemente? Quando si parla di latino nelle scuole, si rischia di perdersi in un labirinto di argomentazioni pro e contro, che qui non ci sentiremmo nemmeno di accennare. Sta di fatto che anche il latino è vittima della logica perversa dell'ordinamento scolastico. Poiché, infatti, è la lingua madre dell'italiano, non lo si può ignorare e, poiché ha una grammatica e una sintassi codificate, il suo studio è un'occasione unica per imparare a ragionare. Ma d'altra parte la definizione di lingua morta induce spesso chi ne parla a trattarla come un minerale cristallizzato. E invece chi conosce mediamente il latino sa che le eccezioni sono numerose quasi quanto le regole e che ogni lingua, proprio in quanto lingua, passata o presente, va sempre considerata come un fenomeno dinamico, in cui un termine o un costrutto acquistano senso diverso a seconda dell'autore, del contesto, dell'epoca, dell'argomento. Leggere e tradurre il latino può essere un gioco faticoso e eccitante, una sfida alle proprie capacità logiche e di orientamento nei rimandi e nelle associazioni, quando si considerano i contenuti. È indubbio però che questo gioco può piacere solo a chi sia stato predisposto a farlo, a chi ne abbia appreso e assimilato le regole in tempi lunghi. E invece, come sappiamo, i tempi sono stati accorciati perché, eliminato il latino dalle scuole medie inferiori, nei due anni del ginnasio o nelle due prime classi dello scientifico, si svolgono gli interi programmi che una volta si distribuivano in cinque anni e i professori delle classi di collegamento devono consegnare ai colleghi del triennio pupilli pronti a produrre, capire, amare i classici. Ancora una volta sulla testa degli studenti si svolge l'insolubile conflitto di due logiche, che sono come due correnti, ognuna col suo corso e la sua portata, coerenti finché non interferiscono ma che, quando si scontrano, producono vortici nei quali annegano molti malcapitati nuotatori. Secondo la logica della modernità (il latino può essere soprattutto conoscenza della cultura antica, leggiamo buone traduzioni, svolgiamo un interessante programma di letteratura...) il latino come lingua passa in secondo piano; secondo la logica degli umanisti accaniti (è indispensabile la conoscenza analitica della lingua, delle declinazioni e delle coniugazioni...) la grammatica latina fa la parte del leone. Ma siccome la testa dello studente è una sola, la coesistenza di queste due logiche nella scuola produce comportamenti schizofrenici: superficialità nel lavoro e panico nell'affrontarlo, indifferenza culturale verso il latino e irrazionale paura di fronte a un brano. Mentre, ne siamo tutti sicuri, gli studenti di oggi sono tutti svegli e capaci, la metà di coloro che frequentano i licei classici e scientifici non hanno imparato un metodo di traduzione e per loro il brano degli esami è un oggetto misterioso nel quale si nasconde una soluzione invisibile, per la quale si scatena una [illegible]tica caccia al tesoro con quadretti che si credevano cancellati in grazia della «nuova» formula di esami: l'attesa spasmodica di un suggerimento, gli spostamenti strategici per copiare o aiutare a copiare, i vuoti di stomaco e di cervello; e, in un gioco al rialzo, più ostinata si fa la sorveglianza degli esaminatori: la prova di latino fa scattare ancestrali meccanismi di persecuzione e di fuga, di furto, di prevenzione e di punizione.

Non poteva mancare la solita falsa notizia della soffiata ministeriale. Qualcuno aveva «saputo» che il brano avrebbe parlato di Augusto (visto che il tema riguardava Mecenate...) e precisamente le Vitae Caesarum di Svetonio, un altro «sapeva» che sarebbe venuto fuori Tito Livio, altri ancora sono venuti con una cartucciera, completa di indice, colma di traduzioni degli Annales di Tacito. Che impiego perverso di energie si fa in situazioni di stress: questo fotocopiare, ridurre, sistemare il materiale da utilizzare; le astuzie per sfuggire al controllo e «rubare» una traduzione per l'esame, quanto costa in termini di adrenalina e di organizzazione mentale, di dignità culturale anche? Non costerebbe di meno imparare il latino? Ma per questo, dicevamo, ci vogliono [illegible] e tempi lunghi.

Diario dall'interno

La lingua di Tacito è come un gioco

LIDIA SANGENE



Maturità scientifica, compito di matematica

1. Data la funzione $f(x) = x/\sqrt{x-1}$ e la sua funzione derivata $f'(x)$, si traccino, in un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali (Oxy), le curve di equazioni

$$y = f(x) \quad e \quad y = f'(x).$$

Si calcoli l'area della regione finita di piano delimitata dalla congiungente i punti rappresentanti gli estremi relativi delle due funzioni dalla curva di equazione $y = f'(x)$ e dalla parallela all'asse delle ordinate passante per il punto in cui questa curva incontra l'asse delle ascisse.

La funzione $f = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$ è una funzione irrazionale fratta, definita per $x>1$, sempre positiva, con asintoto verticale $x=1$.

La funzione f' è:

$f'(x) = \frac{\sqrt{x-1} - x/2\sqrt{x-1}}{x-1} = \frac{x-2}{2(x-1)^{3/2}}$

Determiniamo i punti critici della funzione f:

$f'(x)=0 \iff x=2$

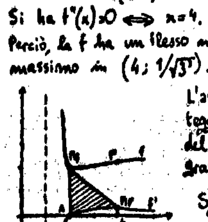
La funzione f ha quindi un minimo in (2;2). La funzione f' è anch'essa irrazionale fratta, definita per $x>1$, con asintoto verticale in $x=1$; interseca l'asse x in (2;0). Da questo punto in poi la funzione è positiva e ha come asintoto orizzontale l'asse delle ascisse.

Determiniamo i punti critici della funzione f':

$f''(x) = \frac{2(x-1)^{3/2} - 3(x-2)(x-1)^{1/2}}{4(x-1)^3} = \frac{(x-1)^{1/2}(4-x)}{4(x-1)^3}$

Si ha $f''(x)=0 \iff x=4$.

Perciò, la f ha un flesso nel punto $(4;4/\sqrt{3})$ e la f' ha un massimo in $(4;1/\sqrt{3^3})$.



L'area della regione richiesta (qui tratteggiata) si ricava sottraendo dall'area del trapezio ABM_1M_2 l'area sottesa al grafico di f' nell'intervallo [2,4].

$S_{trap} = \left(2+\frac{1}{\sqrt{3^3}}\right)\cdot\frac{2}{2} = \frac{2\sqrt{3^3}+1}{\sqrt{3^3}}$

$\int_2^4 f'(x)\,dx = [f(x)]_2^4 = \frac{4}{\sqrt{3}} - 2$

Sottraendo le due aree si ottiene l'area cercata: $\frac{4\sqrt{3^3}-11}{\sqrt{3^3}} \simeq 1.88$

2. In un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali (Oxy) è assegnato il fascio di linee di equazione:

$$y = (a+1)x^2 - 2(a+1)x + 1.$$

Dopo aver verificato che tutte le linee del fascio passano per due punti, di cui uno di ascissa nulla, si determinino:

- l'equazione della retta r del fascio.
- i parametri a' ed a'' delle due linee del fascio simmetriche rispetto alla retta r ed aventi, nel punto comune di ascissa nulla, tangenti fra loro perpendicolari.
- l'area della regione finita di piano delimitata dalle linee così ottenute.

Il fascio è formato di linee (retta e parabole) con asse di simmetria $x=1$. Tutte le linee si intersecano perciò nel punto (0;1) e nel simmetrico rispetto ad $x=1$: (2;1).

- L'equazione della retta del fascio si ottiene per $a+1=0$ ed è $y=1$;
- Le equazioni della simmetria sono $\begin{cases} x'=x \\ y'=2-y \end{cases}$

Due linee tra loro simmetriche hanno allora equazioni:

$y=(a+1)x^2-2(a+1)x+1$

$y=-(a+1)x^2+2(a+1)x+1$

I coefficienti angolari delle tangenti sono calcolati con le derivate:

$y'=2(a+1)x-2(a+1) \quad x=0 \Rightarrow m_1=-2(a+1)$

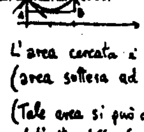
$y'=-2(a+1)x+2(a+1) \quad x=0 \Rightarrow m_2=2(a+1)$

Poiché le parabole sono simmetriche rispetto ad una retta parallela all'asse x, le tangenti hanno coefficienti angolari $m=\pm1$.

Si ottiene perciò $a_1=-\frac{3}{2}$, $a_2=-\frac{1}{2}$

Le due parabole sono:

$y=-\frac{1}{2}x^2+2x+1 \qquad y=\frac{1}{2}x^2-2x+1$



- L'area cercata è i 2/3 dell'area del rettangolo ABCD (area sottesa ad un segmento parabolico) e quindi è 4/3.

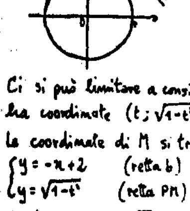
(Tale area si può anche ricavare considerando l'integrale definito della funzione parabolica).

3. In un piano sono assegnati una circonferenza di centro O e raggio r ed un punto A tale che $\overline{OA} = 2r$; si conducano per A due rette **a** e **b** tali che siano **a** perpendicolare alla retta OA ed $\hat{ab} = \pi/4$.

Si determini sulla circonferenza il punto P tale che, condotte per esso la parallela alla retta **a**, che incontra la retta **b** nel punto M, e la parallela alla retta **b**, che incontra la retta **a** nel punto N, la somma $s = \overline{PM} + \overline{PN}$ assuma valore minimo.

Si costruisca geometricamente l'angolo AOP, essendo P il punto trovato.

Introduciamo un riferimento cartesiano tale che O sia l'origine, l'unità di misura sia r ed A sia sull'asse y.



Ci si può limitare a considerare P nel primo quadrante. Esso ha coordinate $(t;\sqrt{1-t^2})$, con $t \geq 0$.

Le coordinate di M si trovano risolvendo il sistema:

$\begin{cases} y=-x+2 & \text{(retta b)} \\ y=\sqrt{1-t^2} & \text{(retta PM)} \end{cases} \qquad x_M = 2-\sqrt{1-t^2}$

Si trova allora $\overline{PM} = 2-\sqrt{1-t^2}-t$

Si trova poi facilmente $\overline{PN} = \sqrt{2}\cdot x_N = \sqrt{2}(2-\sqrt{1-t^2})$

Si ha $s = \overline{PM}+\overline{PN} = 2-\sqrt{1-t^2}-t+2\sqrt{2}-\sqrt{2}\sqrt{1-t^2}$

Per determinare il minimo si calcola:

$s' = -1+\frac{t(1+\sqrt{2})}{\sqrt{1-t^2}}$

Si ottiene $s'=0 \iff t=\frac{1}{\sqrt{4+2\sqrt{2}}}$

4. Delle funzioni $f(x) = 2x^3 - 3x^2$ e $g(x) = \sqrt[3]{x^2} - 1$, una non verifica nell'intervallo [-1,2] tutte le ipotesi del teorema di Lagrange (o del valore medio). Si dica per quale delle due ciò avviene e si giustifichi l'affermazione.

Si determinino per l'altra funzione i valori della variabile indipendente la cui esistenza è assicurata dal teorema stesso.

La funzione g(x) nell'intervallo [-1,2] è sempre continua, ma non è derivabile in $x=0$, dove ha un punto angoloso (infatti $g'(x)=2/3\sqrt[3]{x}$ non è definita per $x=0$). Per essa viene quindi meno l'ipotesi di derivabilità del teorema di Lagrange.

Il teorema di Lagrange assicura che nell'intervallo [a,b] in cui la funzione è continua e derivabile <u>esiste</u> un $c\in[a,b]$ tale che:

$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = f'(c)$

Si ha allora che c esiste per:

$\frac{f(2)-f(-1)}{3} = f'(c)$

Da cui si ricava: $f'(c)=3$. Cioè

$6c^2-6c=3$ e $c_{1,2}=(1\pm\sqrt{3})/2$.