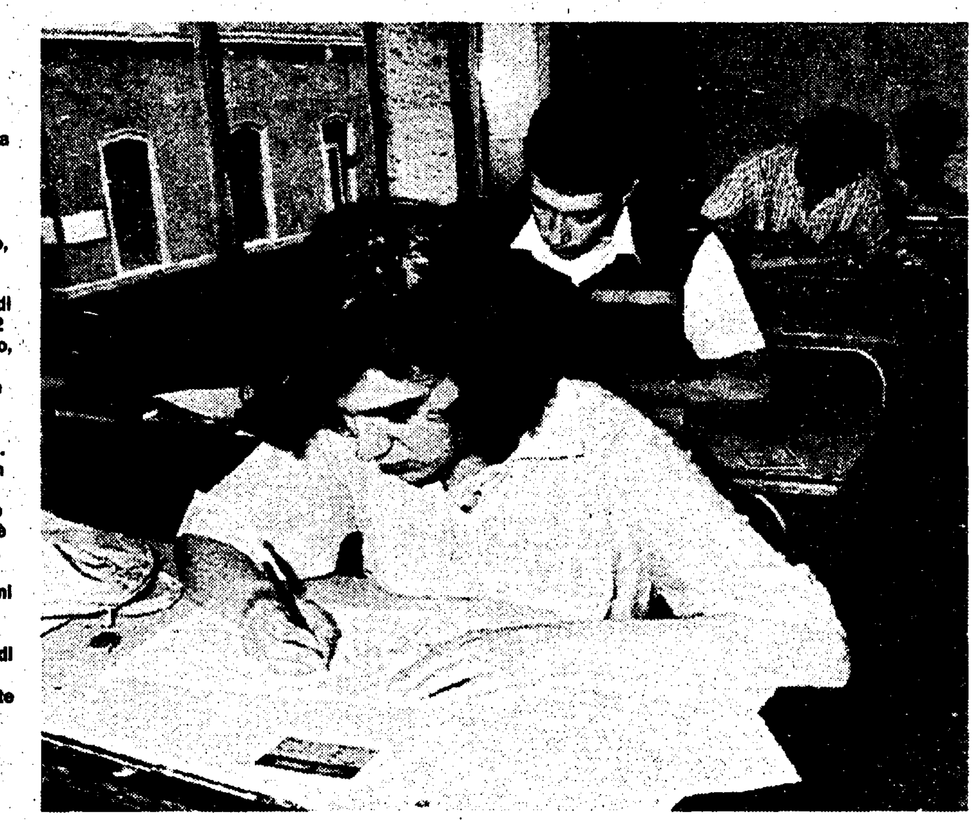
# LA MATURITÀ

## Ieri seconda prova scritta per gli oltre 500mila studenti
## Prof nei guai: ha gettato dalla finestra le tracce dei temi

**Seconda prova dell'esame di maturità, per cinquecentomila, con...trabocchetto. La versione di latino si è rivelata un po' infida, mentre il compito di matematica per magistrali e licei scientifici era senz'altro ostico. E non sono mancate le curiosità. Un professore del liceo scientifico di Villafranca in Lunigiana si è accorto di quello che, a suo avviso, sarebbe un «grossolano refuso» nella traccia del tema di letteratura proposto per l'esame di maturità. Renato Del Ponte, da 12 anni insegnante di italiano e latino, ha rilevato che la parola che chiude il primo periodo della frase di Alessandro Manzoni non è «intervento», come riportato nel testo ministeriale, bensì «intento».**

**È stato reso noto, inoltre, che un insegnante il giorno della prima prova, ha lanciato dalla finestra le tracce dei temi della maturità ed è stato denunciato per abuso di atti di ufficio. Obiettivo del lancio: rivelare le tracce dei temi ad alcuni studenti. L'insegnante è Michele Casillo di 67 anni, in servizio nell'istituto profesionale «Niglio» di Frattamaggiore, nel Napoletano. Assieme a lui sono sate denunciate altre sei persone. I responsabili sono stati colti, come si dice, in flagrante da due poliziotti che erano in «pista» in seguito ad una soffiata.**



# I consigli di Macrobio

## Quelle tre frasi perfide...

**LUCA CANALI**

QUIS CUSTODIET custodes?, si chiederebbe Giovenale: cioè chi farà la guardia ai guardiani? In questo caso: chi selezionerà i selezionatori? Mediocre e insidioso latino nella sua apparente semplicità, quello di Macrobio, illustre ma a noi quasi sconosciuto personaggio della corte imperiale fra il IV e il V secolo dopo Cristo.

Gli studenti sono avvezzi di solito alla simmetria ed eleganza, la famosa *concinnitas* degli autori del primo secolo avanti Cristo o al più all'energia di quelli del I e II secolo dopo Cristo. E si è voluto invece proporre loro un testo moralistico che vuole essere edificante e si risolve in una maldestra esibizione di furberie retoriche. Con Macrobio si salta quasi ai decenni che precedono la caduta dell'Impero. E si sente.

Il brano proposto agli esaminandi fa parte della enciclopedica opera *Saturnalia*, sette libri in forma dialogica sui più disparati argomenti. È un passo di cui si intuisce il senso, ma pieno di insidie e di insulsi giochini di parole oltre che di un inelegante e fuorviante cambio di numero nel soggetto impersonato. Si passa cioè dal *quisquis* iniziale, al *videntur* e *adipiscuntur* centrali, per tornare poi al singolare *aliquem* e *cogitur*.

Vi sono inoltre tre frasi abbastanza perfide, e mi piacerebbe sapere quanti candidati hanno saputo tradurle senza danni:

*1) Se scientia... cum paucis illi familiaris et plurimis sit incognita;*

*2) Sine ostentationis nota, qua caret qui non ingerit sed invitatur ut proferat;*

*3) Respondere temere et fortuito se eventui veri falsive committere.*

Del resto lo stesso Macrobio, a proposito del proprio latino, dice di essere nato «sotto altro cielo» e chiede scusa se il suo latino non avrà l'eleganza e la chiarezza del latino classico.

È anche questa scelta il nuovo della Seconda Repubblica?

## LATINO DEL CLASSICO

*Nella conversazione non si deve mai mettere in imbarazzo l'interlocutore*

Qui vul amoenus esse consultor ea interrogat quae sunt interrogato facilia responsu, et quae scit illum sedula exercitatione didicisse. Gaudet enim quisquis provocatur ad doctrinam suam in medium proferendam, quia nemo vult latere quod didicit, maxime si scientia quam labore quaesivit cum paucis illi familiaris et plurimis sit incognita, ut de astronomia vel dialectica ceterisque similibus. Tunc enim videntur consequi fructum laboris, cum adipiscuntur occasionem publicandi quae didicerant sine ostentationis nota, qua caret qui non ingerit sed invitatur ut proferat. Contra magnae amaritudinis est, si coram multis aliquem interroges quod non opima scientia quaesivit. Cogitur enim aut negare se scire, quod extremum verecundiae damnum putant, aut respondere temere et fortuito se eventui veri falsive committere, unde saepe nascitur inscitiae proditio, et omne hoc infortunium pudoris sui imputat consulenti.

**[MACROBIO]**

## TRADUZIONE IN ITALIANO

Chi vuol essere un gradevole conversatore, deve far delle domande su argomenti a cui l'interrogato sia in grado di rispondere con facilità, soprattutto su quelli che quest'ultimo si sa che ha ben appreso, a motivo di una assidua frequentazione. Infatti si trova pienamente a proprio agio chi è stimolato a rivelare completamente quello che sa, dal momento che nessuno vuole celare quel che ha imparato, soprattutto se la conoscenza, appresa con fatica e ignota ai più, viene condivisa con pochi; così avviene con l'astronomia, con la dialettica e con discipline similari. Infatti queste persone sembrano conseguire il risultato della loro fatica, allorquando colgono l'occasione di render pubblico quello che hanno appreso senza peccare di esibizionismo, dal quale difetto è esente colui che non ostenta sfacciatamente quel che sa, ma che, invece, è invitato cortesemente a comunicarlo. Viceversa, costituisce motivo di profondo disagio il fatto di interrogare qualcuno – davanti a molte persone – su argomenti, che egli non padroneggia, per non averli studiati a lungo e approfonditamente. In tal caso, infatti, egli è costretto o ad ammettere di non sapere (e ciò viene considerato il più grande motivo di vergogna) o a rispondere a vanvera e ad affidarsi ad una risposta, la cui fondatezza o infondatezza risulta del tutto casuale: da qui deriva spesso l'ignoranza e il malcapitato attribuisce a chi lo ha interrogato la vergogna del non aver saputo rispondere adeguatamente.

**[prof. Renato Badali**
**Titolare di Storia della lingua latina**
**Facoltà di Lettere e Filosofia**
**Università di Roma «La Sapienza»]**

## MATEMATICA SCIENTIFICO

Il candidato scelga a suo piacimento due dei seguenti problemi e li risolva:

1. Nel piano, riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali (Oxy), è assegnata la curva k di equazione:
$$y = \frac{x^2}{2} + \ln|x+1|$$
Disegnare un andamento approssimato dopo aver verificato, fra l'altro, che essa ha due flessi.
Calcolare l'area del triangolo formato dalla retta congiungente tali flessi e dalle tangenti inflessionali.
Calcolare inoltre l'area della regione piana delimitata da k, dall'asse x e dalla retta di equazione $2x - 3 = 0$.
Stabilire infine quale delle due aree precedenti è la maggiore.

2. Una piramide ha per base il triangolo ABC, isoscele e rettangolo in A, ed ha per altezza il segmento AV. Inoltre la faccia VBC forma un angolo di 45° col piano della base e lo spigolo VB è lungo $2h\sqrt{3}$, dove h è una lunghezza nota.
Calcolare la distanza del vertice A dal piano della faccia VBC e trovare per quale valore di h tale distanza vale $4\sqrt{2}$.
Verificato che questo valore di h è 4, con riferimento ad esso secare la piramide con un piano parallelo alla base ABC e, proiettato ortogonalmente il triangolo sezione sulla base stessa, esprimere il volume del prisma triangolare così ottenuto in funzione della sua altezza x.
Studiare, in rapporto alla questione geometrica, la funzione f(x) ricavata e tracciarne l'andamento in un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali (Oxy).
Calcolare infine quanti, fra i punti della regione piana compresa fra il grafico di f(x) e l'asse x, escluso il contorno, hanno entrambe le coordinate intere.

3. Considerato un triangolo ABC, isoscele sulla base BC, indicare con D il piede della sua altezza condotta per C e costruire il triangolo ECD, isoscele sulla base CD e simile a quello dato, in modo che il punto E cada dalla stessa parte di A rispetto a BC. Sia:
$$\overline{BC} = 4 \text{ e } \overline{CD} = 2\sqrt{3}$$
a) Dimostrare che l'angolo ECB è retto.
b) Riferito il piano della figura ad un conveniente sistema di assi cartesiani ortogonali, trovare l'equazione della circonferenza K passante per i punti A, C, D.
c) Spiegare perché K passa pure per E.
d) Detto F il punto in cui K seca ulteriormente CB, calcolare le aree delle due regioni piane in cui il minore degli archi DF di K divide il quadrilatero ABCE.

## SOLUZIONE

**Soluzione del problema n.ro 1**

*Grafico della curva*

L'insieme di definizione della funzione y è: $\{x \in \mathbb{R}, x \neq -1\}$.
La funzione non ha assi di simmetria e passa per l'origine degli assi.
Per tracciare il grafico della funzione è opportuno definirla per casi. Si ha:

$$y = \begin{cases} \frac{x^2}{2} + \ln(x+1) & \text{per } x > -1 \\ \frac{x^2}{2} + \ln(-x-1) & \text{per } x < -1 \end{cases}$$

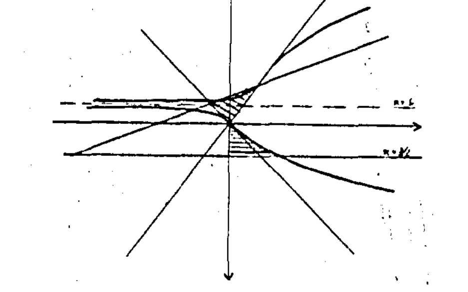
La derivata prima delle funzione, in entrambi i casi è: $y' = x + \frac{1}{x+1} = \frac{x^2+x+1}{x+1}$ (con $x \neq -1$)
Questa derivata non è mai nulla e perciò la curva non ha punti stazionari. Il suo segno dipende solo dal denominatore ed è positivo per $x > -1$ e negativo per $x < -1$. La funzione y è quindi crescente per $x > -1$ e decrescente per $x < -1$.

Si ha la seguente derivata seconda: $y'' = 1 + \frac{-1}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$.

Questa derivata è nulla sia per $x = 0$ che per $x = -2$. I punti della curva che corrispondono a queste ascisse sono, quindi, punti di flesso obliqui.
Il segno della derivata seconda è positivo per $x < -2$ o per $x > 0$ e in questi intervalli la funzione ha la concavità rivolta verso l'alto.
Calcoliamo le ordinate dei punti di flesso: $y(x=0) = 0$, $y(x=-2) = 2$.
I limiti da destra e da sinistra della funzione, per $x \to -1$, sono:

$$\lim_{x \to -1^+} y = -\infty \qquad \lim_{x \to -1^-} y = -\infty$$

La retta di equazione $x = -1$ è un asintoto obliquo per la funzione.
Il grafico è il seguente:



*Area del triangolo formato dalla retta congiungente i due flessi e le tangenti inflessionali.*
Equazione della retta passante per i due punti di flesso: è la bisettrice del II e IV quadrante. Questa retta infatti passa per l'origine degli assi e per il punto (-2; 2).
Equazioni delle tangenti inflessionali
La tangente passante per l'origine degli assi ha equazione $y = mx$ con m dato dal valore della derivata prima in quel punto. Si ha:

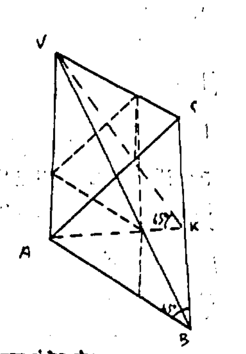
$y'(x=0) = 1 \longrightarrow r: y = x$

La tangente passante per il punto (-2; 2) ha equazione $y = m(x+2) + 2$ con $y'(x=-2) = -3$. L'equazione di questa seconda tangente è: $s: y = -3x - 4$.
Il triangolo del quale calcolare l'area è rettangolo e è sufficiente determinare le coordinate del punto P, intersezione delle rette r e s. Questo punto ha coordinate (1; 1).
I segmenti di diagonale sono rispettivamente uguali a $2\sqrt{2}$ e $\sqrt{2}$. L'area, quindi, è uguale a 2.

Area della curva delimitata da k, dall'asse x e dalla retta $2x - 3 = 0$.
L'area è quella tratteggiata nel grafico e il suo valore è dato dal seguente integrale definito:

$$A = \int_0^{3/2} (x^2/2 + \ln(x+1))dx = \left[x^3/6 + (x+1)(\ln(x+1) - 1)\right]_0^{3/2} = (5/2)\ln(5/2) - 15/16$$

L'integrale di $\ln(x+1)$ è calcolabile per parti. Si ha: $\int \ln(x+1)dx = (x+1)\ln(x+1) - (x+1) + c$
L'area maggiore è quella relativa al triangolo.



**Soluzione del problema n.ro 2**

Il disegno della piramide è quello di seguito riprodotto.

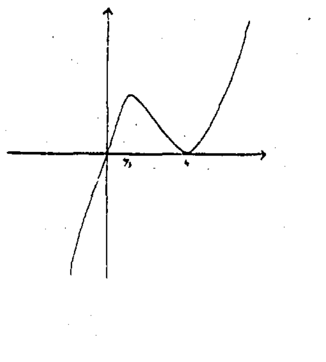
I triangoli AKV e AKB sono uguali, poichè rettangoli e isosceli con angolo di 45°. Di conseguenza si ha che $AK = KB = VA$. Si ha inoltre che $VK = AK\sqrt{2} = BK\sqrt{2}$.
Applicando il teorema di Pitagora al triangolo VKB si ha:

$VB^2 = BK^2 + VK^2 = 3BK^2 \longrightarrow 3BK^2 = 12h^2 \longrightarrow BK = 2h$

La distanza AH è quindi uguale a: $AH = AK\sqrt{2}/2 = h\sqrt{2}$. Da qui il valore $h = 4$.
Considerando il valore $h = 4$, si ha il seguente volume del prisma:

$V = AV'.(AK'\cdot B'C')/2 = x(4-x)^2$

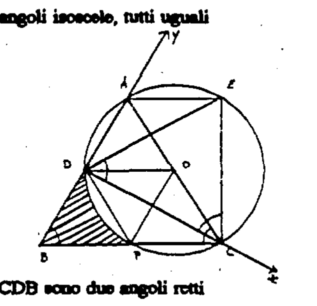
Il grafico funzione è il seguente:



La derivata prima si annulla per $x = 4/3$ e per $x = 4$. In $x = 4/3$ si ha un massimo.

**Soluzione del problema n.ro 3**

La figura è quella di seguito rappresentata, con indicati gli angoli alla base dei triangoli isoscele, tutti uguali tra di loro..



a) L'angolo ECB è retto perchè:
- l'angolo ADE è complementare di EDC (ADC è rettangolo);
- la somma degli angoli BCD e ABC è un angolo retto, poichè insieme all'angolo CDB sono due angoli retti (somma degli angoli interni di un triangolo);
- gli angoli DCE e EDC sono uguali.

b) Assumiamo come riferimento quello costituito da ADB (cfr. figura)
In questo modo la circonferenza ha equazione $x^2 + y^2 + ax + by = 0$

Per il teorema di Pitagora si ha: $BD = \sqrt{BC^2 - DC^2} = 2$
Il segmento BD è la metà del segmento BC e questo vuol dire che l'angolo BCD è di 30° e, di conseguenzza, l'angolo CBD di 60°. La lunghezza del segmento DB è 2 e il punto A ha coordinate (0; 2).
I valori dei coefficienti a e b sono rispettivamente l'ascissa e l'ordinate dei punti C e A nel sistema di riferimento prescelto. L'equazione della circonferenza è: $x^2 + y^2 - 2\sqrt{3}x - 4y = 0$.

c) La circonferenza passa per il punto E poichè l'angolo DAC insiste sulla corda DC e l'angolo DEC è uguale all'angolo DAC.

d) Si tratta di calcolare l'area delle due regioni evidenziate nella figura precedente.
Il centro della circonferenza è $(\sqrt{3}; 2)$ e il raggio è uguale a $\sqrt{7}$.
Il triangolo ADC è rettangolo e inscritto in una circonferenza, per cui l'ipotenusa AC è il diametro del cerchio.
Il triangolo AEC è quindi rettangolo in E. Il quadrilatero ABCE è un trapezio la cui area è $8\sqrt{3}$.
Il segmento AE è infatti uguale alla metà di BC e l'altezza è quella del triangolo ABC.
Il settore circolare corrisponde a un angolo al centro di 60°, dato che è il doppio dell'angolo DCF, di 30°, che insiste sullo stesso arco DF.
Per differenza si trovano quindi le due aree.

**Prof. Giovanni Olivieri, docente di Matematica applicata**