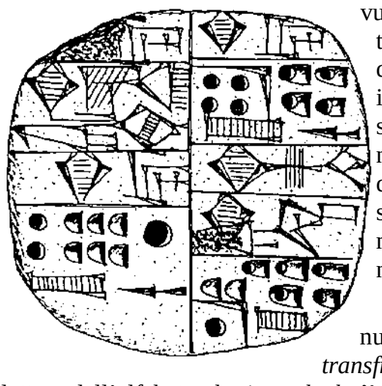
11SPC02A1105 ZALLCALL 11 20:03:24 05/10/97





vuoto Ø. Alla luce di questo teorema, si comprende che dato un insieme comunque infinito, si può sempre costruire un insieme di un infinito superiore. Il vaso di Pandora si apre! Partendo da ℕ si può costruire una serie illimitata di infiniti. C'è un'infinità di infiniti!

Si creano quindi dei nuovi numeri, che Cantor chiama *transfiniti*. Li indica con la prima lettera dell'alfabeto ebraico, *aleph*: $\chi$. Il discreto, che è il più piccolo, si chiama $\chi_0$. Questo vuol dire che non è possibile che un insieme infinito non contenga i numeri interi. Cantor elabora un'aritmetica completa dei numeri transfiniti, con i quali esegue dei calcoli proprio come si fa con gli altri numeri. In tal modo realizza il suo progetto di «estendere il calcolo aritmetico al di là del finito».

E il finito? Viene definito per mezzo dell'infinito: «è finito ciò che non è infinito», e che dunque non può essere messo in corrispondenza biunivoca con una delle sue parti proprie. Ora che il il finito, definito negativamente, ha preso il suo posto nel concerto dei numeri, si può dire che per molto tempo nella moltitudine degli insiemi la parte è stata presa a torto per il tutto.

L'edificio costruito da Cantor, di fronte a cui si prova un'ammirazione sbigottita, è stato definito dal matematico tedesco David Hilbert «il prodotto più stupefacente del pensiero matematico, una delle più belle realizzazioni dell'attività umana nel campo dell'intelletto puro».

Eppure, ai margini di quella costruzione, ci sono delle questioni importanti ancora senza risposta. Esiste un infinito intermedio tra il discreto e il continuo? Sulla retta reale è possibile pensare un altro modo di essere infinito, diverso dai due descritti? Queste due questioni sono «indecidibili». È stato dimostrato che nessuna risposta si impone come necessaria. Né l'affermativa, né la negativa.

"Trattare le leggi e le relazioni tra i numeri interi come quelle tra i corpi celesti.

Georg Cantor

"La mia teoria è solida come la roccia e ogni freccia scagliata contro di essa si ritorcerà rapidamente contro colui che l'ha scagliata. Perché ne sono così convinto? Perché ne ho studiato tutti gli aspetti per anni e anni, esaminando tutte le critiche che si possono fare ai numeri infiniti

e soprattutto perché posso dire di aver tratto le radici della teoria dalla causa prima di tutte le cose create".

Georg Cantor

# LO ZERO E GLI INFINITI

Uno, zero, infinito. L'impero dei numeri si fonda su questo "trittico". Il numero zero nasce in India nel V secolo. Il numero infinito è stato matematicamente definito solo alla fine del XIX secolo. Lo zero è unico, l'infinito molteplice. In matematica esiste un modo di essere nullo, e "infinite" possibilità di essere infinito. Georg Cantor, creatore degli infiniti matematici, dice infatti: "Non vedo cosa potrebbe fermarci nella creazione di nuovi numeri".

Ci sono voluti migliaia di anni perché la pura assenza e l'inesauribile entrassero a far parte dell'universo numerico. A fianco, la copertina di *Le zeo et l'infini* di Arthur Koestler.

**L'Unità**

**ELECTA/GALLIMARD**



crezio considera l'ipotesi opposta, cioè che il mondo sia finito. Lucrezio immagina un arciere, lo conduce all'estremo limite del mondo e gli chiede di scagliare una freccia. Mentre l'arciere tende il suo arco, Lucrezio chiede: «Questa freccia, scagliata con grande vigore, preferisci che vada verso il suo bersaglio e si perda in lontananza, oppure pensi che ci possa essere un ostacolo che interrompe la sua corsa?». Prima che si possa rispondere, Lucrezio avverte: «Dovunque tu porrai l'estremo limite del mondo, io ti chiederò che cosa accade a quella freccia. Accadrà che nesso luogo potrà ergersi a limite e che, senza tregua, dei nuovi squarci prolungheranno all'infinito la possibilità di fuggire».

Il genio di Lucrezio si spinge oltre. Non contento di aver pensato a un mondo illimitato, egli immagina l'esistenza di un numero illimitato di tali mondi! Infatti gli atomi necessari per fabbricare il mondo non si esauriscono né con uno, né con un numero illimitato di mondi.

Tavola datata II secolo a.C. proveniente da Uruk, la più antica testimonianza babilonese sull'uso dello zero da "La storia universale dei numeri"

## Un finito in espansione non limitata

Per duemila anni, l'idea dominante nel pensiero occidentale è stata l'idea aristotelica di un infinito potenziale. Pura virtualità, l'infinito esiste solo come potenzialità, non può essere raggiunto e non ammette nessun al di là. La sua esistenza tuttavia impedisce di attribuire un limite finito allo spazio, che viene invece pensato come dotato di un limite che si può «allontanare» all'infinito. Si può tendere verso l'infinito, ma non è possibile raggiungerlo, né di fermarvisi. Si tratta dunque di un infinito pensato come un finito in espansione non limitata.

Chissà quante lezioni sui numeri si saranno tenute nelle scuole di Atene, nell'accademia di Platone, al Liceo di Aristotele! Sopra, Platone e Aristotele in un particolare della *Scuola di Atene* affrescata da Raffaello