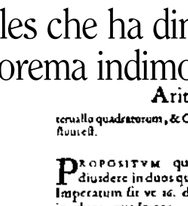
Un libro e un film tv raccontano la lunga storia di Wiles che ha dimostrato un teorema indimostrabile

Lo scherzo di Fermat



Una straordinaria avventura nel segno della matematica

Non capita spesso che i giornali di tutto il mondo diano la notizia della dimostrazione di un teorema di matematica e che colui che l'ha dimostrato diventi di un sol colpo il matematico più noto al mondo (o forse il solo matematico). Accadde il 23 giugno del 1993 a Cambridge al «Sir Isaac Newton Institute», un centro di ricerca consacrato a brevi e intense collaborazioni fra scienziati per la risoluzione di problemi di matematica e di fisica: quel giorno il matematico inglese Andrew Wiles, dell'Università di Princeton, tenne la terza conferenza dedicata ad un problema a cui aveva lavorato per anni nel più completo isolamento. Così Wiles qualche anno dopo ricordava quel giorno: «Benché la stampa avesse già fiutato qualcosa, fortunatamente non era presente alla conferenza. Ma verso la fine c'erano moltissime persone nel pubblico che scattavano fotografie, e il direttore dell'istituto era venuto preparato con una bottiglia di champagne. C'era un tipico silenzio solenne mentre leggevo la dimostrazione ad alta voce, e poi scrissi l'enunciato dell'Ultimo Teorema di Fermat. Dissi: "Penso di fermarmi qui", e quindi ci fu un applauso prolungato».

Tutti i giornali del mondo ne parlarono. Il «New York Times» scrisse: «Eureka! Finalmente svelato un secolare mistero matematico». Su «l'Unità» venne pubblicato un articolo di René Schooff, esperto di teoria dei numeri, che tentò di far capire in quale modo Wiles avesse dimostrato il teorema. Perché un così grande entusiasmo, anche al di fuori della cerchia ristretta dei matematici? L'«Ultimo Teorema di Fermat» è un caso abbastanza unico nel campo della matematica: intanto, malgrado il nome, non è un teorema, tanto è vero che per 350 anni nessuno è stato in grado di dimostrarlo; si sarebbe dovuto chiamare più correttamente l'Ultima Congettura di Fermat, ma si chiamò così perché Fermat, il matematico che formulò il problema, annotò al margine di una copia del libro «Arithmetica» (scritto dal matematico Diofanto di Alessandria, vissuto verso il 250 d. C.) una frase latina che tradotta suona come: «È impossibile scrivere un cubo come somma di due cubi o una quarta potenza come somma di due quarte potenze o, in generale, nessun numero che sia una potenza maggiore di due può essere scritto come somma di due potenze dello stesso valore». Cioè a dire che l'equazione x alla n + y alla n = z alla n non ha soluzioni intere per n maggiore o uguale a 2.

Aggiungeva, Fermat (nel 1637), un commento che sarebbe diventato un incubo per molti matematici: «Cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi hanc marginis exiguitas non caparet» («dispongo di una meravigliosa dimostrazione di questo teorema che non può essere contenuta nel margine troppo ristretto della pagina»). Trent'anni dopo, nel 1665, Fermat moriva. Le sue scoperte rischiavano di andare perdute e il figlio Clément-Samuel per cinque anni si dedicò a raccogliere gli appunti e le lettere del padre, nonché ad esaminare le annotazioni in margine alla copia dell'«Arithmetica». Nel 1670 a Tolosa usciva una edizione dell'«Arithmetica» di Diofanto con le osservazioni di P. de Fermat. Insieme con l'originale greco e la traduzione latina di Bachet comparivano quarantotto osservazioni di Fermat. La seconda osservazione era quella destinata ad essere conosciuta come l'Ultimo Teorema.

Un altro motivo ha contribuito alla diffusione anche al di fuori dei matematici del problema di Fermat. Se si scrive l'Ultimo Teorema per n = 2, l'equazione diventa $x^2 + y^2 = z^2$, cioè il notissimo teorema di Pitagora, matematico vissuto nel sesto secolo A.C. Il teorema di Pitagora lega tramite la «Arithmetica» di Diofanto e la sua non possibile generalizzazione, l'Ultimo teorema di Fermat, alla data della dimostrazione del problema posto da Fermat, cioè al 1993. Sono 2500 anni! Ma è poi proprio vero che il 1993 fu la data della dimostrazione da parte di Wiles? In quell'anno molti di noi matematici (tutti erano venuti a conscenza della famosa lezione a Cambridge di Wiles) cominciarono a scambiarsi messaggi di posta elettronica in cui si cominciava a dubitare che la dimostrazione fosse avvenuta. Il motivo era molto chiaro: in matematica è prassi che si annunci un risultato, che lo si illustri in seminari e convegni e che si invii il testo con tutti i conti ad una rivista scientifica; la rivista, ricevuto il lavoro, lo affida ad un ristretto numero di matematici esperti nel settore che lo esaminano con cura e poi, se non vi sono osservazioni, lo inviano alla redazione della rivista per la pubblicazione. A qualche mese dalla conferenza di Wiles non era affatto imminente la pubblicazione. Il suo manoscritto era stato presentato ad una rivista prestigiosa, «Inventiones Mathematicae», di cui era direttore Barry Mazur, professore alla Harvard University, che era presente alla conferenza di Cambridge.

Vennero scelti sei giudici. Uno dei giudici, Nick Katz, invia il 23 agosto un e-mail a Wiles perché aveva scoperto un piccolo problema nella dimostrazione. Wiles all'inizio pensò che la cosa fosse rimediabile, ma poi si accorse che non era così: la dimostrazione aveva una falla. Il 4 dicembre 1993 inviò un messaggio di e-mail in cui annunciava che una parte della dimostrazione non era completa e aggiungeva: «Penso che sarò in grado di portarlo a termine nel prossimo futuro». A sei mesi della conferenza di Cambridge, sembrava la fine del sogno di Wiles. Un sogno che, come racconta lui stesso, era iniziato quando era bambino. Nel 1963, quando aveva dieci anni, Wiles era già affascinato dalla matematica. Un giorno tornando da scuola decise di visitare la biblioteca di quartiere in Milton Road, a Cambridge, dove viveva. Vi trovò un libro di Eric Temple intitolato «The Last Problem», dedicato al teorema di Fermat: «Sembrava così semplice e però tutti i grandi matematici della storia non avevano saputo risolverlo. Era un problema che io, bambino di dieci anni, potevo capire e capii da quel momento che non l'avrei mai dimenticato. Dovevo risolverlo».

Dato il grande risalto che era stato dato alla supposta dimostrazione del 1993, avvenne una cosa abbastanza sorprendente: John Lynch, direttore della serie «Horizon» della Bbc, decise di realizzare un documentario per raccontare la storia del sogno di Wiles. Dopo alcuni tentativi Lynch incontra Wiles a Princeton, quasi per caso; si parlano per pochi minuti. È il periodo peggiore, Wiles teme che il suo sogno sia infranto definitivamente. Wiles disse a Lynch che se fosse riuscito a emendare la dimostrazione, avrebbe telefonato per discutere del documentario. Un anno dopo telefonò a Lynch per realizzare il documentario. Era successo che grazie anche all'aiuto di uno dei sei giudici incaricati di esaminare il manoscritto, Richard Taylor, assistente all'università di Cambridge, Wiles poteva annunciare il 25 ottobre del 1994 che erano stati consegnati i manoscritti di due articoli: «Curve ellittiche modulari e Ultimo teorema di Fermat», di Andrew Wiles, e «Proprietà teoriche di anello di alcune algebre di Hecke», di Richard Taylor e Andrew Wiles. I due articoli vengono pubblicati nel maggio 1995 sugli «Annals of Mathematics», il primo nel n. 142 alle pagine 443-551; il secondo nello stesso numero, alle pagine 553-572. La dimostrazione dell'Ultimo teorema di Fermat era completata!

Simon Singh, indo-inglese, nato nel Somerset da una famiglia originaria del Punjab, con un dottorato in fisica ottenuto all'università di Cambridge, che lavora da anni alla realizzazione di documentari scientifici per la Bbc, venne incaricato di collaborare con Lynch nel realizzare le interviste con Wiles per il documentario. E Wiles raccontò, secondo le parole di Lynch, come non aveva mai raccontato a nessuno in precedenza delle sue intime emozioni per quello che aveva fatto, di come per trent'anni era rimasto legato al suo sogno infantile, di come tanta parte della matematica che aveva studiato fosse stata, senza che all'epoca egli neppure se ne rendesse conto, una vera e propria collezione di strumenti per affrontare la sfida di Fermat; di come niente sarebbe stato lo stesso; del suo sentimento di perdita per un problema che non lo avrebbe più costantemente accompagnato nella vita di ogni giorno e del sollievo molto forte che ora provava.

Il documentario è stato trasmesso dalla Bbc con il titolo «Fermat's Last Theorem». Ha vinto il Premio Italia per il documentario lo scorso giugno a Ravenna, dopo aver vinto il gran premio agli incontri del cinema scientifico di Parigi. Se sarà possibile verrà proiettato al convegno «Matematica e cultura» a Venezia nell'aprile 1998. Singh, da quella esperienza, ha realizzato un libro che racconta l'avventura umana di un matematico che ha vissuto per molti aspetti una vicenda unica.

Un racconto emozionante da leggere, che contiene certo delle parole che non potranno essere comprese da tutti, ma ciò non è affatto un handicap per il racconto. Quando si legge un libro su argomenti di cui non si è specialisti si rischia di non capire qualche parola, ma è il racconto di questa avventura che prende il lettore. Il problema del libro di Singh è che l'autore ha voluto raccontare la storia del problema di Fermat a cominciare dalle origini della matematica! Nei primi capitoli si racconta una breve storia della matematica che ci poteva essere risparmiata; è necessariamente tirata via e vi sono affermazioni non condivisibili, quando non francamente risibili. Soprattutto il tono enfatico, le grandi maiuscole, sono del tutto fuori luogo, alla luce dei capitoli finali così avvincenti e «semplici», viene il caso di dire. Inoltre quei capitoli danno quasi il senso che tutta la matematica abbia ruotato intorno al problema di Fermat e che centinaia di matematici abbiano voluto cercare di risolvere il problema e, non riuscendovi, la maggior parte di loro abbia fatto finta di disinteressarsene. Non è così: è del tutto vero che la gran parte dei matematici non aveva e non ha alcun interesse «professionale» per il teorema di Fermat; solo una parte dei matematici, quelli interessati alla teoria dei numeri e alla geometria algebrica, che non sono tutti. Ci sono anche dei piccoli errori e non sto pensando al caso di Euclide nominato direttore del dipartimento di matematica di Alessandria (non mi scandalizza affatto). Ci sono delle divagazioni dalla teoria dei nodi buttata lì per caso, senza nemmeno precisare che cosa un nodo sia (non è quello delle scarpe!). Inoltre una maggiore accuratezza nella traduzione non avrebbe fatto male: «Partial Differential Equations» che diventa equazioni parziali differenziali, invece di equazioni alle derivate parziali. Ma mi sento di dire che questi sono dettagli, imprecisioni che come matematici ci possono dar fastidio. Ma il grande merito del libro è far cogliere l'ansia e la gioia del fare matematica.

Non si tratta di un libro di divulgazione di matematica, a mio parere, ma del racconto dell'avventura di un uomo. Insomma, un libro scritto da un bravo giornalista che è un pessimo storico della matematica. Ma che fa nascere l'entusiasmo per l'avventura di un matematico e può contribuire molto di più a far appassionare alla matematica di un noioso libro di storia scritto da un bravissimo matematico.

Michele Emmer

La statua di Pierre de Fermat a Tolosa. A sinistra, un suo ritratto e, in alto, il suo teorema

Il documentario

Testimoni della scoperta

Il libro di Singh è stato scritto un anno dopo la realizzazione del documentario della Bbc, di David Lynch e diretto da Simon Singh. Il film è molto più interessante del libro per diversi motivi. Come ha osservato Andrew Granville nella recensione del programma televisivo, trasmesso qualche mese fa negli Usa, i programmi televisivi sulla matematica hanno due tipi di problemi: o sono realizzati da matematici e quindi sono aridi e si parla poco dei matematici, delle persone; oppure sono realizzati da non matematici, e le informazioni sono troppo semplificate e banalizzate perché chi realizza il documentario non capisce nulla di quello di cui si tratta (A. Granville, *Review of Bbc's Horizon Program «Fermat's Last Theorem»*, Notices of the AMS, vol. 44, n.1 pp. 26-28; il testo integrale del film è disponibile all'indirizzo Internet http://www/bbc.co.uk /horizon/95-96/960115.html).

Nel film ci sono molti momenti emozionanti: basti per tutti il momento in cui Wiles racconta di aver finalmente raggiunto la prova definitiva dell'avvenuta dimostrazione. Non sa nascondere la propria emozione, anche se sono passati molti mesi da quel momento. Nel film non c'è tutta la storia del teorema di Fermat che tanto appesantisce il libro. Ci sono le facce e le espressioni, le parole di tanti matematici. Siamo all'università di Princeton, Usa, dove la storia di Wiles si è svolta, ma vengono intervistati molti dei matematici che hanno parlato con Wiles, o che semplicemente hanno assistito alle diverse fasi della lunga storia. Così è John Conway, un mostro di comunicativa per chiunque lo abbia conosciuto, che legge il brano in latino in cui Fermat formula il problema per la prima volta; è sempre Conway che «dimostra» il teorema di Pitagora. È molto efficace la semplicissima animazione degli esponenti dell'equazione del teorema di Pitagora (n = 2) per scrivere quella di Fermat (n(2) utilizzando i simboli scritti a penna da Wiles («Non ho mai utilizzato un computer neppure per scrivere»). Ci sono alcune animazioni per spiegare che cosa siano le curve ellittiche (che non sono né curve né ellissi!) e le forme modulari. Peccato che nel film non si dica che quelle immagini sono tratte dal video in animazione computerizzata *Not Knots* realizzato qualche anno fa al Geometry Center di Minneapolis. Si vede il viso di Fermat; ma i protagonisti del film sono le facce, le espressioni, le emozioni dei matematici: da Wiles, che è l'eroe della storia, a Conway a Mazur a Ribet a Katz, a Goro Shimura, il matematico giapponese che insieme a Yutaka Taniyama aveva formulato negli anni 50 la congettura che porta il loro nome e che sarà il ponte per arrivare a dimostrare il teorema di Fermat. Taniyama si uccide nel 1958, sono passati 40 anni. Shimura dice del suo amico che era un matematico poco preciso, faceva molti errori ma faceva errori molto buoni, che aprivano nuove possibilità. «Io non sono capace di fare errori giusti». A 40 anni di distanza dal suicidio, Shimura quando ne parla resta in silenzio e poi aggiunge: «Sono rimasto molto perplesso», e il suo viso esprime un disagio che nessuna parola scritta può rendere.

Certo nel film si parla di curve ellittiche e di forme modulari e Singh chiede ai tanti matematici che cosa siano: c'è chi risponde ridendo, chi non sa che dire, chi dice con chiarezza che non ha idea di come spiegarlo. E le risposte non sono in sequenza: alla stessa domanda risponde una sorta di matematico con molte facce, un Bourbaki degli anni 90. Tante facce diverse, una sola grande passione: la matematica. E il grande merito del film è che questa passione si coglie pienamente e ci contagia. Quando sembra che la dimostrazione di Wiles abbia una falla, i suoi colleghi di Princeton sono turbati; non sanno che cosa fare; chiedergli notizie, lasciarlo in pace? Conway racconta che sembravano dei criminologi in cerca del colpevole. Ci si chiedeva la mattina: «Wiles sorride?». Finché arriva il momento della grande commozione, «il momento più importante della mia vita», dice Wiles: la dimostrazione è finita. E la dimostrazione è «bella, semplice e elegante». Quando Shimura lo viene a sapere dice solo, e lo ripete nel film: «Lo avevamo detto». Uno dei tanti matematici che compare nel film dirà alla fine: «E adesso chi ci darà un altro Teorema di Fermat?». La Rai, alla cui testa sono tanti intellettuali, ha il dovere di trasmettere questo film. **[M.E.]**

Archivi

Problemi aperti/1 I numeri primi sono infiniti

Il matematico Euclide dimostrò che esistono infiniti numeri primi. Lo dimostrò assumendo che esistesse il più grande dei numeri primi, arrivando ad un assurdo: il più grande dei numeri primi non può esistere, quindi i numeri primi sono infiniti. Un numero intero positivo è primo se è divisibile solo per se stesso o per 1 (è escluso il numero 1). Ora se si considerano i numeri primi, il primo è 2, pari; tutti i successivi sono dispari. Se si considerano i numeri interi tra 1 e 100 vi sono 25 numeri primi, cioè il 25%; la percentuale di numeri primi diminuisce fortemente al crescere dei numeri naturali: è del 16.8% sino a 1.000 per arrivare allo 0,0000434% sino a 10 elevato alla potenza un milione. Un grande problema è come sono distribuiti i numeri primi, cioè preso un numero n, quanti sono i numeri primi più piccoli di n. Vi è una stima approssimata di questo numero, n/log n, ma non si ha una formula precisa. I numeri primi sono utilizzati per i codici segreti.

Problemi aperti/2 La congettura di Goldbach

Il matematico tedesco Christian Goldbach (1690-1764) pose in una lettera del 7 giugno 1.742 una questione all'apparenza molto semplice. Se ogni numero pari può essere scritto come somma di 2 numeri primi e se ogni numero dispari più grande di 2 è la somma di tre primi. Dato che ai giorni nostri il numero 1 non è considerato un numero primo si può riformulare la congettura dicendo che ogni numero pari a partire da 4 in su si può scrivere come somma di due primi e ogni numero dispari a partire da 7 in su può essere espresso come somma di tre primi. La prima è nota come congettura binaria e la seconda come congettura ternaria di Goldbach. È stato dimostrato per la congettura ternaria che esiste un numero (che non si conosce) tale che tutti i numeri dispari più grandi di questo numero si possono scrivere come somma di tre primi. Per il numero n vi è una stima approssimata: 10 elevato alla potenza 43.000. Quindi vi è un numero finito di numeri da testare per vedere se la congettura è vera. Purtroppo il loro numero è troppo elevato per un qualsiasi computer. Per la congettura binaria non vi è una dimostrazione. Tra l'altro i numeri 4, 6, 8 sono i soli pari che si possono scrivere come somma di due primi in un solo modo. Con in computer si è cercato di trovare un controesempio, cioè un numero pari che non si potesse scrivere come somma di due primi. Si è arrivati nel 1993 ad un numero del tipo 4 x 1011 ma funziona ancora. La questione è aperta.

Problemi aperti/3 Per saperne di più

È uscito di recente un libro che consiglio per chi ne volesse sapere di più; tra l'altro ha nella bibliografia anche i siti Web dove si possono trovare le ultime notizie su molti problemi. Calvin C. Clawson, *Mathematical Mysteries: The Beauty and Magic of Numbers*, Plenum Press, New York & London, 1996. **[M.E.]**